



Inspectoratul Școlar al Județului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa județeană-24 aprilie 2010

Clasa a VI a

Subiecte

1. Numerele $x+y$, $y+z$, $z+x$ sunt direct proporționale cu 3,4,5, unde $x,y,z \in \mathbb{Q}_+^*$.

a) Aflați valoarea raportului $\frac{3xy + 4yz + 5zx}{x^2 + y^2 + z^2}$.

b) Știind că a , b , c sunt cifre nenule distincte, aflați valoarea maximă și valoarea minimă a raportului $\frac{axy + byz + czx}{x^2 + y^2 + z^2}$.

c) Aflați numerele \overline{abc} de trei cifre nenule distincte pentru care $\frac{axy + byz + czx}{x^2 + y^2 + z^2} = 6$.

* * *

2. Rezolvați ecuația : $\frac{1}{5x} + \frac{1}{6y} = \frac{1}{6}$, unde x și y sunt numere întregi nenule.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

3. În triunghiul ABC, AD este mediana ($D \in BC$) și $AC = 2 \cdot AD$. Punctul M este simetricul punctului D față de dreapta AB. Să se arate că punctele M, A, C sunt coliniare și $MC = 3 \cdot MA$.

Prof. Gheorghe Bumbăcea, Bușteni

4. Considerăm un triunghi ABC și bisectoarea $[AD, D \in (BC)]$, a unghiului BAC. Paralelele prin B și C la AD se intersectează cu dreptele AC respectiv AB în E, respectiv F, iar EF se intersectează cu BC în M.

- Arătați că $\triangle EBF \equiv \triangle BEC$.
- Demonstrați că $MA \perp AD$.

Gazeta Matematică 2009

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10.