CLASA a V-a de EXCELENŢĂ

Prof. PETRE CONSTANŢA Şcoala cu clasele I-VIII “Nicolae Iorga” Ploieşti,28-noiembrie-2009

PUTERI:

1)REGULI DE CALCUL CU PUTERI

Efectuaţi:

1) $[(3^7 \cdot 3^{10} \cdot 3) : (3^6)^2]^4 : (3^8)^3 =$
2) $2^3 \cdot 2^4 : 2^6 + (3^2)^5 : 3^9 + 5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 : 5^6 =$
3) $(3^{16} \cdot 5^{20} \cdot 7^{10}) : (3^3 \cdot 5^4 \cdot 7^2)^5 + [1^{120} + 7 \cdot 7^{15} \cdot 7^4 + (3^{13})^2 + 25^6 : 5^2] : [2^0 + 7^{26} : 49^3 + 9 \cdot 9^3 \cdot 3^{18} + (5^2)^5] =$
4) $[(4^3)^9 : 4^{12} + (5^4)^{16} : 125^{21} - 2^{2^{1^5}}] : [(2 \cdot 2^2 \cdot 2^3)^5 + (7^9)^{10} : 49^{45}] =$
5) $(2^2 \cdot 25)^2 : [3^{101} : 3^{99} + (2^5 \cdot 2^7) : 2^{12}] + 110 \cdot (125^2 : 625 - 2^3 \cdot 2) + 7 + 2^0 + 0^{2009} + 1^{2009} =$
6) Calculaţi $(x - y)^{2000}$ pentru

$x = (3^3 \cdot 20 + 49 \cdot 2^2 - 7) : \left(3^2\right)^{3^{4^0}} + 1^{2^{3^4}} + 4^{3^{0^5}}$ si $y = 2^5 \cdot 7^5 - 14^5 + 5$

7)Să se determine numărul natural “n” din egalitatea
$2^{2004} + 4^{1002} + 8^{668} + 16^{501} = 2^n$

8) Arătaţi că $N \vdots 27$, $N = 15^{n+1} + 3^{n+1} \cdot 5^n + 3^{n+2} \cdot 5^n$, $\forall n \in N$
9) Arătaţi că $N \vdots 1260$, $N = 5^n \cdot 6^{2n+1} - 5^{n+1} \cdot 9^n \cdot 4^n + 5^n \cdot 3^{2n+1} \cdot 2^{2n+1}$, $\forall n \in N^*$

2)ULTIMA CIFRĂ A UNEI PUTERI

1) Determinaţi ultima cifră a numărului $n = 147^{523} + 235^{142} + 338^{259}$
2) Arătaţi că numărul $A = 129^{2006} - 47^{2004}$ e divizibil cu 10
3) Arătaţi că nu există nici un număr natural “n” astfel încât $n^4 = 2002^{2002} + 2003^{2003} + 2004^{2004}$
4) Se consideră şirul: 1,3,7,15,31,63,127,255,511,1023,…..
Aflaţi ultima cifră a numărului de pe locul 2006

3)PĂTRATE PERFECTE

1) Arătaţi că următoarele numere sunt pătrate perfecte:
25^{61}; $25^7 \cdot 4^{11}$; $36^k \cdot 49^n$; $2^{24} \cdot 25^5 \cdot 49^7$
2) Arătaţi că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:
a) $1^{2009} + 6^{2009}$; $3^{83} + 8^{68}$; $67^{38} + 92^{43}$
b) $15n \pm 7$; $5n \pm 3$; $25n \pm 8$; $5n \pm 3$, $\forall n \in N$
c) $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2009 + 7$
d) $N = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + \ldots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots 2009$
3) Fie $A = 4^{n+2} \cdot 9^{n+1} - 4^{n+1} \cdot 3^{2n+3}$
$B = 3^{2n+3} \cdot 4^{2n+3} - 2^{2n+1} \cdot 6^{2n+3}$
$C = 2^n + 3^{n+3} + 5^{n+2} + 7^{n+3}$
Stabiliţi care număr e pătrat perfect , $\forall n \in N$
4) Arătaţi că $A = 3^{2n} \cdot 4^{n+1} + 36^{n+1} + 9^{n+1} \cdot 2^{2n}$ este pătratul unui numar natural, $\forall n \in N$.
5) Arătaţi că $A = 2^{2n+2} \cdot 5^{2n+2} \cdot 3 - 2^{2n+3} \cdot 5^{2n+2}$ este pătratul unui numar natural , $\forall n \in N$
6) Demonstraţi că $N = 2009 + 2(1 + 2 + 3 + \ldots + 2008)$ este pătrat perfect.
7) Fie numerele :$A = 2008^{2009} + 2009^{2009} + 2006^{2008}$
$B = 2010 \cdot 2009 - 2009 \cdot 2008 - 2 \cdot 2008 + 2 \cdot 2007 - 2 \cdot 2006$
Stabiliţi dacă A şi B sunt pătrate perfecte.
8) Arătaţi că numarul $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ nu poate fi pătrat perfect.

9) Scrieţi numărul 29^{2009} ca sumă de două pătrate perfecte.

10) Arătaţi că urmatoarele numere sunt pătrate perfecte:

a) $x=6+12+18+\ldots+288$

b) $x=1004+2+4+6+\ldots\ldots\ldots+2006$

c) $x=6^3+20+21+22+\ldots\ldots\ldots+37$

11) Să se arate că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

a) $x=2+2^2+2^3+\ldots\ldots\ldots+2^{101}$

b) $x=3+3^2+3^3+\ldots\ldots\ldots+3^{37}$

4) COMPARAREA PUTERILOR

1) Comparaţi numerele : a) $m=(2\cdot2^3\cdot2^7)^7:(2^{30})^2$; $n=(3^4\cdot3^5)^4:(3\cdot3^2\cdot3^6\cdot3^8)^2$

b) $2^{2^{2^{2^2}}}$ şi $2^{2^{3}2^{5}2^{7}}$

c) $m=2^{87}+2^{86}+2^{85}$ şi $n=5^{35}+5^{34}$

2) Fie $a=2\cdot5^{123}-9\cdot5^{122}-8\cdot5^{120}$

$b=3^{163}-3^{162}-3^{160}$

$c=2^{285}-2^{284}+2^{280}$

Determinaţi ordinea numerelor.

3) Fie $a=2^{50}+2^{500}+2^{5000}$

$b=5^{20}+5^{200}+5^{2000}$

$c=3^{30}+3^{300}+3^{3000}$

Scrieţi numerele în ordine crescătoare.

4) Scrieţi următoarele numere în ordine crescătoare.

$x=2^{1653}-2^{1652}-2^{1651}$

$y=3^{993}-2\cdot3^{992}-2\cdot3^{991}-3^{990}$

$z=7^{662}+9\cdot7^{660}-8\cdot7^{661}$