

PROIECT DIDACTIC

DATA:02.11 2009

CLASA: a-VI-a A

DISCIPLINA: Matematică- Geometrie

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE: UNGHIURI

SUBIECTUL: Unghiuri congruente. Bisectoarea unui unghi. Unghiuri adiacente. Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare

TIPUL LECȚIEI: -însușire de noi cunoștințe și deprinderi

OBIECTIVE DE REFERINȚĂ:

- R1.6 – să recunoască și să utilizeze proprietăți simple ale figurilor geometrice; să deseneze, să noteze și să citească unghiuri;
- R1.7 – să recunoască perechi de unghiuri congruente, unghiuri adiacente, complementare, suplementare;
- R 1.8 -să măsoare unghiuri și să construiască bisectoarea unui unghi;
- R 3.1 –să diferențieze informațiile dintr-un enunț matematic după natura lor;
- R 3.2 –să prezinte într-o manieră clară, corectă și concisă, oral sau în scris, succesiunea operațiilor din rezolvarea unei probleme, folosind terminologia și notațiile adecvate
- R4.2- să manifeste perseverență în rezolvarea de probleme; să propună soluții sau metode alternative de rezolvare

OBIECTIVE OPERAȚIONALE:

- O1- Având la dispoziție o fișă de fixare a cunoștințelor elevii trebuie să recunoască două unghiuri adiacente. Obiectivul se consideră atins dacă majoritatea elevilor au răspuns corect la cel puțin 2 din cei 3 itemi.
- O2- Având la dispoziție o fișă de fixare a cunoștințelor elevii trebuie să calculeze suma a două unghiuri adiacente. Obiectivul se consideră atins dacă cel puțin 75% din elevi au calculat corect sumele cerute.
- O3- Având la dispoziție o fișă de fixare a cunoștințelor elevii trebuie să calculeze măsura unghiului format de bisectoarea unui unghi format din unghiuri adiacente, cunoscând măsurilor lor. Obiectivul se consideră atins dacă cel puțin 80% din elevi vor alege varianta corectă b).
- O4- Având la dispoziție o fișă de fixare a cunoștințelor elevii trebuie să calculeze măsura complementului/suplementului unui unghi dat. Obiectivul se consideră atins dacă cel puțin 75% din elevi au calculat corect unghiurile cerute.

ELEMENTELE ACTIVITĂȚII DE PREDARE-ÎNVĂȚARE:

- tipul de învățare: inteligibilă, operațională
- tipul de interacțiune: frontală semi-dirijată, independentă
- strategia didactică: -algoritmă
- -metode și procedee: munca individuală, lucru în echipă, expunerea, observația, exercițiul, explicația, problematizarea, conversația euristică
- -mijloace de învățământ: fișă de teorie, fișă de fixare a cunoștințelor, instrumente geometrice, manualul, culegeri

EVALUARE: -tipul: autoevaluare, formativă

-procedee: chestionare orală, fișă de fixare a cunoștințelor

DESFĂȘURAREA LECȚIEI:

Momentele lecției. Dozare	Obiective	Conținutul învățării	Descrierea activității de predare-învățare		Evaluare
			Mijloacele învățării	Metode și procedee	
1. Moment organizatoric (1 min)		-capacitatea de a se pregăti pentru buna desfășurare a lecției	-trusa geometrică; creion, creioane colorate, gumă		-aprobare/ dezaprobare
2.Verificarea temei și a cunoștințelor anterioare (3min)	R1.6	-cunoștințe despre noțiunile de unghi (definiție, clasificare), unitățile de măsură pentru unghiuri	-caietul de teme -manualul	-interacțiune frontală	-evaluare formativă continuă -chestionare orală
3.Anunțarea temei și a obiectivelor lecției, a pașilor de desfășurare (3 min)		-cunoștințe despre subiectul lecției: „ Unghiuri congruente. Bisectoarea unui unghi. Unghiuri adiacente. Unghiuri suplimentare. Unghiuri complementare ” și obiectivele acestea	-video proiector	-conversația euristică; -prezentare PowerPoint	
4. Întrunirea experților(5 min)		-cunoștințe despre sub-temele lecției abordate de fiecare grupă	-fișele de teorie	-conversația euristică	
5. Dirijarea învățării (28 min)	R1.6 R1.7 R1.6 R1.7	- capacitatea de a intui proprietatea a două unghiuri congruente (au măsurile egale) - cunoștințe despre noțiunea de bisectoare a unui unghi: definiție (“Bisectoarea unui unghi propriu este semidreapta cu originea în vârful unghiului, situată în interiorul acestuia, care formează cu laturile unghiului inițial două unghiuri congruente”), construcția bisectoarei unui unghi și recunoașterea ei după proprietăți - capacitatea de a calcula măsurile unghiurilor formate de bisectoarea unui unghi și de a trasa bisectoarea folosind rigla și raportorul	-fișe teorie: -rigla și raportorul -caietul –maculator -manual -culegere	-lucru în grup -interacțiune dirijată -lucrul cu manualul/ culegerea -observația generalizarea -exercițiul -observația	chestionare orală -observare curentă

	<p>R1.7 R3.1 R3.2</p> <p>R1.8 R3.2</p>	<p>-capacitatea de a descoperi proprietățile a două unghiuri adiacente (au vârful comun, o latură comună) și de a intui definiția</p> <p>-cunoștințe despre noțiunea de unghiuri adiacente: “ Două unghiuri proprii care au vârful comun și o latură comună situată în interiorul unghiului format de celelalte două laturi ale unghiurilor se numesc unghiuri adiacente”</p> <p>-capacitatea de a observa relația matematică dintre măsurile a două unghiuri adiacente și de a o aplica în diverse probleme</p> <p>- cunoștințe despre noțiunea de unghiuri suplementare: “Două unghiuri proprii pentru care suma măsurilor lor este de 180° se numesc unghiuri suplementare”.</p> <p>-capacitatea de a observa relația matematică dintre măsurile a două unghiuri suplementare și de a o aplica în diverse probleme</p> <p>- cunoștințe despre noțiunea de unghiuri complementare: “Două unghiuri proprii pentru care suma măsurilor lor este de 90° se numesc unghiuri complementare”.</p> <p>-capacitatea de a observa relația matematică dintre măsurile a două unghiuri complementare și de a o aplica în diverse probleme</p> <p>-capacitatea de a folosi rigla și raportorul pentru desenarea unghiurilor</p> <p>-cunoștințe despre noțiunile de puncte coliniare și unghi alungit</p>	:	<p>-interacțiune frontală -exercițiul</p> <p>-activitate semi-dirijată -observația generalizarea</p> <p>-exercițiul -lucrul cu manualul</p>	<p>-observare curentă</p> <p>-observarea curentă</p>
6.Obținerea performanței și realizarea feed-back-ului (15min)	O1 O2 O3 O4	<p>-capacitatea de a recunoaște două unghiuri adiacente</p> <p>-capacitatea de a aplica proprietățile unghiurilor suplementare/complementare în contexte variate</p> <p>-capacitatea de a aplica proprietățile unghiurilor adiacente</p>	-fișa de fixare a cunoștințelor	<p>-activitate individuală -activitate independentă problematizare</p>	-auto-verificare

		și ale bisectoarei în contexte variate -capacitatea de a emite un raționament matematic pentru găsirea și redactarea soluției unei probleme			calitativă
7.Încheierea activității (5min)		-cunoștințe despre gradul de reușită al lecției și performanțele elevilor prin autoevaluare - tema pentru acasă, diferențiat în funcție de rezultatul obținut la autoevaluare	-barem de corectare -tema		acodarea notelor

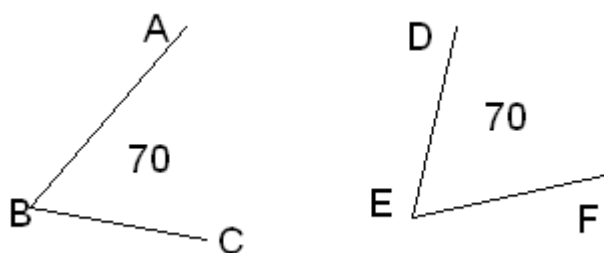
Fișă de studiu

Tema I:

Unghiuri congruente. Bisectoarea unui unghi

Definiție

Două unghiuri care au aceeași măsură se numesc **unghiuri congruente**.



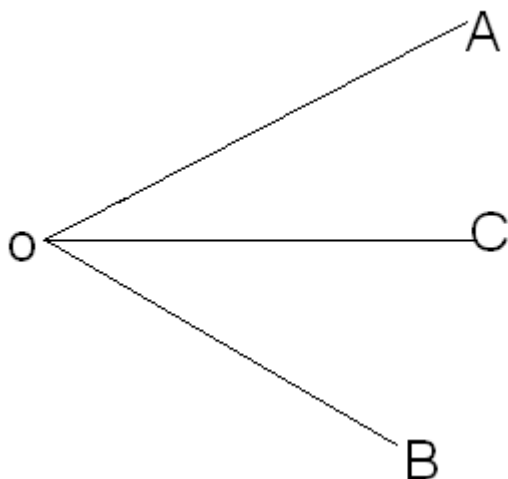
Unghiurile $\angle ABC$ și $\angle DEF$ au aceeași măsură, deci notăm $m(\angle ABC) = m(\angle DEF)$ sau $\angle ABC \equiv \angle DEF$.

Orice două unghiuri nule sunt congruente. Orice două unghiuri alungite sunt congruente.

Definiție

Bisectoarea unui unghi este semidreapta interioară unghiului, cu originea în vârful unghiului ce determină cu laturile unghiului două unghiuri

congruente. $\left. \begin{array}{l} (OC \subset \angle AOB) \\ \angle AOC \equiv \angle COB \end{array} \right\} \Rightarrow (OC \text{ bisectoare})$



Construcția bisectoarei unui unghi propriu

The screenshot shows a Mozilla Firefox browser window with the address bar containing a file path. The page title is 'Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi.' and the main heading is 'Construcția bisectoarei unui unghi propriu'. The content is divided into two numbered application sections:

Aplicații: 1 2

1. Metodă de construcție aproximativă:
Se poate construi **aproximativ corect** bisectoarea unui unghi cu ajutorul raportorului, astfel:

- se măsoară unghiul cu raportorul
- se împarte măsura unghiului la 2
- se trasează bisectoarea

2. Metodă de construcție corectă:
Se poate construi **corect** bisectoarea unui unghi cu ajutorul compasului, astfel:

- se trasează un arc de cerc cu centrul în vârful unghiului și de rază oarecare
- din punctele de intersecție cu laturile unghiului se trasează alte două arce de cerc, de raze egale
- se trasează bisectoarea prin punctul de intersecție al celor două arce

To the right of the text is a chalkboard diagram titled 'Bisectoarea unghiului este dreapta OP'. It shows an angle with vertex O and rays OA and OB. An arc centered at O intersects OA at M and OB at N. Two smaller arcs centered at M and N intersect at point P. A ray OP is drawn from the vertex through P, bisecting the angle.

The browser's taskbar at the bottom shows the Windows Start button, several open applications, and the system tray with the time 10:06.

Aplicație

- Notați unghiul din fig.1 $\angle AOB$, iar cel din fig.2 $\angle MNP$.
- Desenați cu ajutorul raportorului bisectoarea unghiului MNP
- Construiți bisectoarea unghiului AOB cu rigla și compasul.

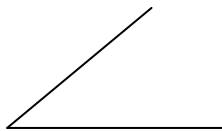


Fig.1

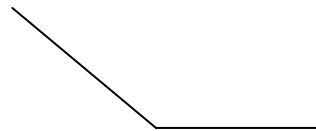


Fig.2

- Notați bisectoarea unghiului $\angle AOB$ cu (OX).
- Dacă $m(\angle AOX)$ este 25° , aflați $m(\angle AOB)$.

Fișă de studiu

Tema II:

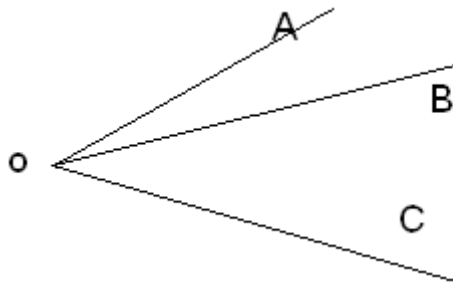
Unghiuri adiacente

Definiție

Două unghiuri proprii care au vârful comun, o latură comună, iar celelalte două laturi situate de o parte și de alta a dreptei care conține latura comună, se numesc **unghiuri adiacente**.

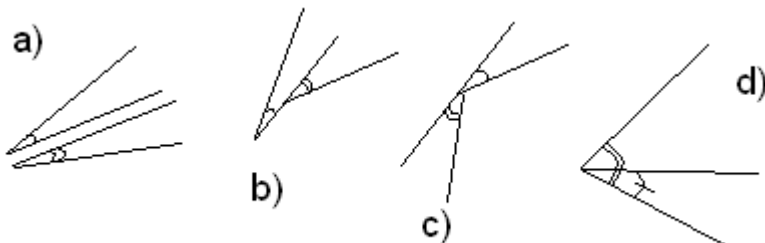
Observație

Unghiurile adiacente au o latură comună și interioarele disjuncte.

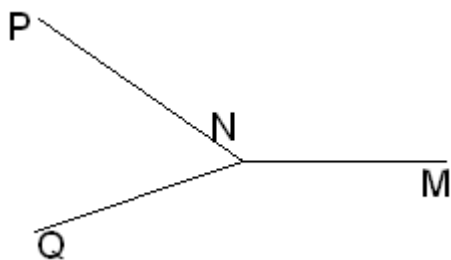


Unghiurile $\angle AOB$ și $\angle COB$ sunt unghiuri adiacente pentru că au o latură comună
 $\angle AOB \cap \angle COB = [OB$ și interioarele disjuncte $\angle AOB \cap \angle COB = \emptyset$

Cele patru perechi din figura următoare nu sunt perechi de unghiuri adiacente (la a),b),c) nu au latură comună, iar la d) nu au interioarele disjuncte).



Precizați perechile de unghiuri adiacente din figură:



Fișă de studiu

Tema III:

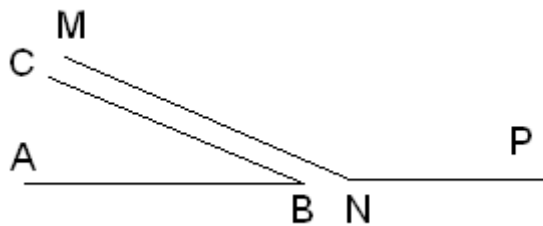
Unghiuri suplementare

Definiție

Două unghiuri proprii pentru care suma măsurilor lor este de 180° se numesc **unghiuri suplementare**. Fiecare dintre cele doua unghiuri se numește **suplementul** celuilalt.

$$m(\angle ABC) + m(\angle MNP) = 180^\circ$$

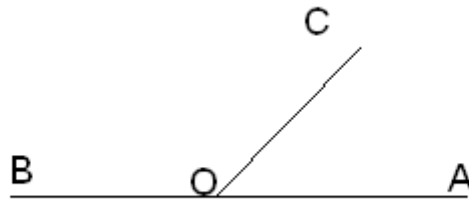
$\angle ABC$ este suplementul lui $\angle MNP$, $\angle MNP$ este suplementul lui $\angle ABC$



Observație

Dacă laturile necomune a două unghiuri cu vârf comun și o latură comună sunt semidrepte opuse, atunci unghiurile sunt suplementare.

$$m(\angle AOC) + m(\angle COB) = 180^\circ$$



Teorema suplementului

Dacă două unghiuri sunt congruente, atunci și suplementele lor sunt congruente.

$$\left. \begin{array}{l} \angle A \cong \angle B \\ \angle A_1 \text{ suplementul } \angle A; \angle B_1 \text{ suplementul } \angle B \end{array} \right\} \Rightarrow \angle A_1 \cong \angle B_1$$

Demonstrație

1. $\angle A \cong \angle B$ (din ipoteză)
2. $m(\angle A) = m(\angle B)$ (unghiurile congruente au măsuri egale)
3. $m(\angle A) + m(\angle A_1) = 180^\circ$ (definiția unghiurilor suplementare)
4. $m(\angle B) + m(\angle B_1) = 180^\circ$ (definiția unghiurilor suplementare)
5. $m(\angle A) + m(\angle A_1) = m(\angle B) + m(\angle B_1)$ (simetria și tranzitivitatea egalității)
6. $m(\angle A_1) = m(\angle B_1)$ (scăderea egalităților 5 și 2)
7. $\angle A_1 \cong \angle B_1$ (unghiurile cu măsurile egale sunt congruente)

Definiție

Se numește **unghi drept** orice unghi care este congruent cu un suplement al său.

$$m(\angle A) + m(\angle A_1) = 180^\circ = m(\angle A) + m(\angle A) = 2m(\angle A) \text{ deci } m(\angle A) = 90^\circ$$

Deci orice unghi drept are măsura de 90° .

Aplicație

Calculați și construiți suplementul unghiului $\angle AOB$ în cazurile :

$m(\angle AOB)$	35°	40°	60°	20°	90°	85°	45°
suplementul							

Fișă de studiu

Tema IV:

Unghiuri complementare

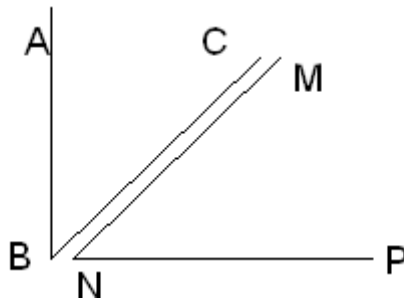
Definiție

Două unghiuri proprii pentru care suma măsurilor lor este de 90° se numesc **unghiuri complementare**. Fiecare dintre cele doua unghiuri se numește **complementul** celuilalt.

$$m(\angle ABC) + m(\angle MNP) = 90^\circ$$

$\angle ABC$ este complementul lui $\angle MNP$

$\angle MNP$ este complementul lui $\angle ABC$



Definiție

Un unghi propriu cu măsura mai mică decât 90° se numește **unghi ascuțit**.

Un unghi propriu cu măsura mai mare decât 90° se numește **unghi obtuz**.



Teorema complementului

Dacă două unghiuri sunt congruente, atunci și complementele lor sunt congruente.

$$\left. \begin{array}{l} \angle A \cong \angle B \\ \angle A_1 \text{ complementul } \angle A; \angle B_1 \text{ complementul } \angle B \end{array} \right\} \Rightarrow \angle A_1 \cong \angle B_1$$

Demonstrație

1. $\angle A \cong \angle B$ (din ipoteză)
2. $m(\angle A) = m(\angle B)$ (unghiurile congruente au măsuri egale)
3. $m(\angle A) + m(\angle A_1) = 90^\circ$ (definiția unghiurilor complementare)

4. $m(\angle B) + m(\angle B_1) = 90^\circ$ (definiția unghiurilor complementare)
5. $m(\angle A) + m(\angle A_1) = m(\angle B) + m(\angle B_1)$ (simetria și tranzitivitatea egalității)
6. $m(\angle A_1) = m(\angle B_1)$ (scăderea egalităților 5 și 2)
7. $\angle A_1 \cong \angle B_1$ (unghiurile cu măsurile egale sunt congruente)

Aplicație

Calculați și construiți complementul unghiului $\angle AOB$ în cazurile :

$m(\angle AOB)$	35°	40°	60°	20°	90°	85°	45°
complementul							

Fișă de fixare a cunoștințelor

Priviți figura 1 și alegeți răspunsul corect pentru itemii 1) și 2)

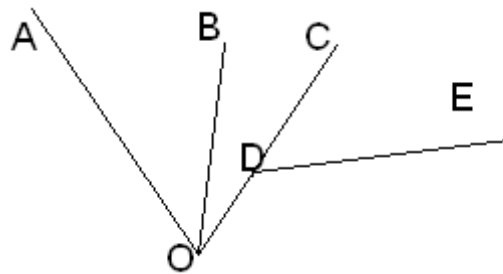


Fig.1

1) $\angle AOB$ și $\angle BOC$ sunt:

- a) congruente b) suplementare c) adiacente

2) $\angle BOC$ și $\angle CDE$ sunt:

- a) neadiacente b) congruente c) suplementare

3) Precizați perechile de unghiuri adiacente din figura 2:

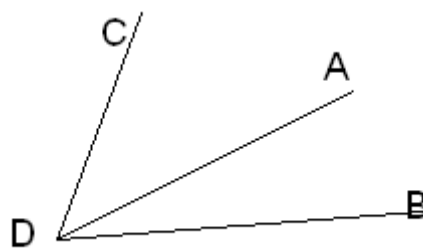


Fig.2

- a) $(\angle CDA, \angle CDB)$,
 b) $(\angle CDA, \angle ADB)$,
 c) $(\angle ADB, \angle CDB)$,

4) În figura 3, $m(\angle AOM) = 20^\circ$, $m(\angle MON) = 30^\circ$, $m(\angle NOB) = 40^\circ$ și [OP este bisectoarea unghiului $\angle AOB$. Ce măsură are unghiul $\angle AOP$?

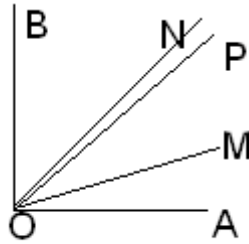


Fig.3
c) 25°

a) 35°

b) 45°

5) Măsura unghiului $\angle A$ știind că este o pătrime din complementul său este:

a) $22^\circ 30'$

b) $22,5^\circ$

c) 18°

Urmărind figura 4 precizați pentru itemii 6) și 7):

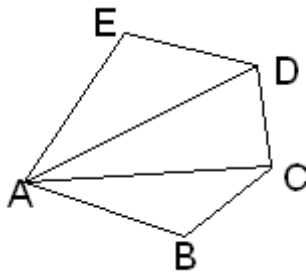


Fig.4

6) $m(\angle CAB) + m(\angle DAC) =$

a) $m(\angle DAB)$

b) $m(\angle DCB)$

c) $m(\angle DAE)$

7) $m(\angle EAC) + m(\angle DAC) =$

a) $m(\angle EAC)$

b) $m(\angle EAD)$

c) $m(\angle EAB)$

8) Măsura complementului unghiului cu măsura de $47^\circ 12'$ este:

a) $48^\circ 42'$

b) $42^\circ 48'$

c) $132^\circ 48'$

9) Măsura suplementului unghiului cu măsura de 83° este:

a) 107°

b) 7°

c) 97°

Nota.

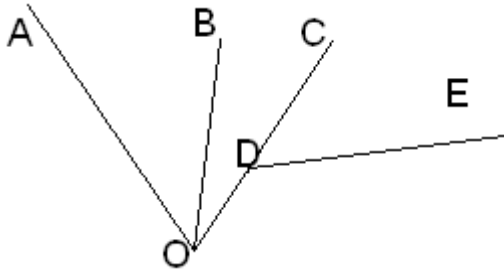
1) Se hașurează doar răspunsul corect pe grila de răspuns. Un singur răspuns este corect la fiecare problemă.

2) Fiecare problemă are 1 punct.

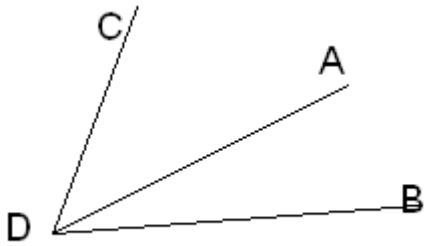
3) 1 punct din oficiu.

SUCCES!

Barem de corectare

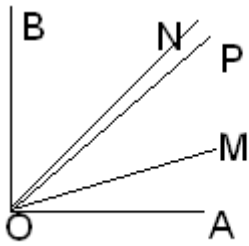


- 1) $\angle AOB$ și $\angle BOC$ sunt adiacente **c)**
 2) $\angle BOC$ și $\angle CDE$ sunt neadiacente **a)**



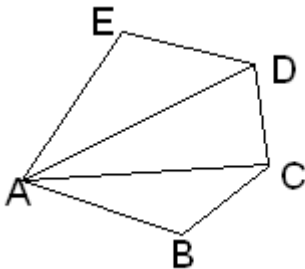
- 3) $\angle CDA$, $\angle ADB$ sunt adiacente **b)**

4) **b)**



$$m(\angle AOP) = \frac{1}{2} m(\angle AOB) = \frac{1}{2} [m(\angle AOM) + m(\angle MON) + m(\angle NOB)] = \frac{1}{2} (20^\circ + 30^\circ + 40^\circ) = 45^\circ$$

- 5) **c)** pentru că: $m(\angle A) = \frac{1}{4} [90^\circ - m(\angle A)]$ deci $5m(\angle A) = 90^\circ$, $m(\angle A) = 18^\circ$



- 6) $m(\angle CAB) + m(\angle DAC) = m(\angle DAB)$ **a)**
 7) $m(\angle EAC) + m(\angle DAC) = m(\angle EAD)$ **a)**
 8) $90^\circ - 47^\circ 12' = 42^\circ 48'$ **b)**
 9) $180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$ **c)**

Deci

Pb.	a)	b)	c)
-----	----	----	----

1)			X
2)	X		
3)		X	
4)		X	
5)			X
6)	X		
7)	X		
8)		X	
9)			X

- Dacă ai o notă mai mică de nota 5(cinci) ai ca temă:
manual -pagina 121, exercițiile 1,2,4.
- Dacă ai o notă între 6(șase) și 8(opt) ai ca temă:
culegere-pagina 112, exercițiul 7,pagina 115 exercițiile 9,14.
- Dacă ai o notă de 9(nouă) sau 10(zece) ai ca temă:
culegere-paginile 114,115, exercițiile 5,6,18.