CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010
Filiera tehnologică : profil tehnic

BAREM DE CORECTARE CLASA A IX A

1.
a) Corespunzător rației egale cu 1, 2, 3, 4 vom avea 8 + 6 + 4 + 2 = 20 progresii aritmetice .... 4 p
(*Cate 1 punct pentru numărul de progresii corespunzător fiecărei rații****)***

b) Vom găsi progresiile (1,2,4), (2,4,8), (1,3,9) ....3 p
(*Cate 1 punct pentru fiecare progresie găsita)*

2.
a) Avem $\sqrt{Ll} \leq \frac{L+l}{2}$ si maximul produsului se atinge când avem $L = l$ ....4 p
b) Utilizând inegalitatea $2lL \leq l^2 + L^2 = 4R^2$ avem atins maximul când $L = l$ ....3 p

3.
a) Doua exemple sunt : (1, 0); (3, 2) ....4 p
b) Se verifica uşor că $\left(a^2 + 2b^2)^2 - 2(2ab\right)^2 = (a^2 - 2b^2)^2 = 1$ .... 3 p

4.
Notează cu n numărul inițial de bârne .... 1 p
Fie $t_{1,}t_2,...,t_n$ numărul de tăieturi ale bârnelor 1, 2, 3, ..., n .... 1 p
După k tăieturi ale unei bârne se obțin (k+1) bucăți ....2 p
Avem $\begin{cases} t_1 + t_2 + ... + t_n = 1510 \\ (t_1 + 1) + (t_2 + 1) + ... + (t_n + 1) = 2010 \end{cases}$ ....2 p
Din $1510 + n = 2010 \Rightarrow n = 500$ ....1 p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010
Filiera tehnologică : profil tehnic

BAREM DE CORECTARE CLASA A X A

1.

a) Obține $a+b=\log_3 81=4$ .... 4 p

b) Deoarece $\sqrt[3]{100}>4; \sqrt[3]{19}<3$ rezulta $a>0$ .... 1 p

Utilizam inegalitatea mediilor $\sqrt{ab}\le\dfrac{a+b}{2}=2\Leftrightarrow a\cdot b\le 4$ .... 2 p

2.

a) Pentru a = 1; b = 1 rezulta $w\in H$ .... 3 p

b) Pentru $z_1=a_1+b_1\varepsilon; z_2=a_2+b_2\varepsilon$ obținem

$z_1z_2=(a_1a_2-b_1b_2)+(a_2b_1+a_1b_2-b_1b_2)\varepsilon\in\mathbb{Z}$ .... 2 p

c) Obține $|a+b\varepsilon|=\sqrt{a^2-ab+b^2}=1$ .... 1 p

Apoi $(2a-b)^2+3b^2=4$ care implica $b\in\{-1,0,1\}$ .... 1 p.

3.

a) Aduce ecuația la forma $x+1=\sqrt{2+2x^2}$ .... 2 p

Finalizare x = 1 .... 1 p

b) Dacă $x\in[0,\frac{\pi}{2})\cup\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right]$ ecuația este $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Daca $x\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$ ecuația este $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ .... 1 p

$x\in\left\{\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right\}$ .... 1 p

c) Obține $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}; f_n(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+nx^2}}$ .... 1 p

Demonstrează prin inducție formula .... 1 p

4.

a) Obține $d_6 = 9$ .... 3 p

b) Adăugând un vârf între doua vârfuri ale unui poligon convex cu n laturi vom putea avea in plus, fața de d_n, 1 + (n - 2) diagonale .... 2 p

c) Prin inducție demonstrează formula .... 2 p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010
Filiera tehnologică : profil tehnic

BAREM DE CORECTARE CLASA A XI A

1.

a) det(A) = 0 deci matricea A nu este inversabilă .... 2 p

b) Răspunsul este afirmativ, transpusa obținându-se in urma operațiilor de adunare de 4 ori asupra liniei 1 si de doua ori asupra liniei 2. urmate de operațiile de scădere de 4 ori asupra coloanei 1 si de 2 ori asupra coloanei 2 .... 5 p

(se pot acorda puncte intermediare pentru operații corect efectuate)

2.

a) $A=\frac{1}{2}|\Delta|=1$ .... 3 p

b) Calculează $\Delta=\begin{vmatrix} n & n^2+3 & 1 \\ n+1 & (n+1)^2+3 & 1 \\ n+2 & (n+2)^2+3 & 1 \end{vmatrix}=2$ iar aria va fie gala cu 1

independenta de n .... 4 p

3.

a) Calculează $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x(\sqrt{1+x}+1)}{x}=2$ .... 3 p

b) Calculează $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x+\sin 2x+...+\sin 2010x}{\sqrt{1+x}-1}=...=2+4+6+...+4020=$

$=2010\cdot 2011$ .... 4 p

4.

a) Aduce limita la forma $\lim\limits_{x\to 0}\left\{\left[1+\left(\cos x-1-\frac{|m|}{2}\cdot x^2\right)\right]^{\frac{1}{\left(\cos x-1-\frac{|m|}{2}\cdot x^2\right)}}\right\}^{\frac{2\left(\cos x-1-\frac{|m|}{2}\cdot x^2\right)}{x^2}}$ ...... 2 p

Finalizare : $L(m)=\frac{1}{e^{1+|m|}},\forall m\in\mathbb{R}$ .... 2 p

b) Utilizând $|m_1|+|m_2|\geq|m_1+m_2|$ obținem

$L(m_1)\cdot L(m_2)=\frac{1}{e}\frac{1}{e^{1+|m_1|+|m_2|}}\leq\frac{1}{e}\cdot\frac{1}{e^{1+|m_1+m_2|}}=\frac{1}{e}\cdot L(m_1+m_2)\forall m_1,m_2\in\mathbb{R}$ .... 3 p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010
Filiera tehnologică : profil tehnic

BAREM DE CORECTARE CLASA A XII A

1.
a) Verificare .... 3 p
b) Obține $x+\frac{3}{4}\ln(x-2)+\frac{1}{4}\ln(x+2)+C$ .... 4 p

2.
a) Din condiția $f(1)=l_s=l_d$ obține a = 1 .... 3 p
b) Obține primitivele de forma $F(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{2}+3x+C_1, x<1\\ \frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x+C_2; x\geq 1\end{cases}$ .... 3 p
Obține $C_2=C_1+\frac{2}{3}$ .... 1 p

3.
a)Exemplu $(G,\cdot)$ unde $G=\{e,a,a^2,a^3,a^4\}$ cu $a^5=e$ .... 2 p
Verificarea axiomelor .... 2 p
b) $y\in G\setminus\{e\}$ implica y,y^2,y^3,y^4,y^5 sunt distincte .... 2 p
G-parte stabila implica $y,y^2,y^3,y^4,y^5\in G$ deci $G=\{y,y^2,y^3,y^4,y^5\}$ .... 1 p

4.
a) Obține $A^2=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$ .... 2 p
Obține $A^3=I_3$ .... 1 p
$A^7=(A^3)^2A=A$ .... 1 p
b) $G=\{I_3,A,A^2\}$ .... 1 p
verifica axiomele grupului (cate 0.5 puncte pentru fiecare axioma) .... 2 p