

GIMNAZIUL „SF. VASILE”, PLOIEȘTI

Concursul interjudețean de matematică  
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”

ediția a V-a  
17 noiembrie 2007

Clasa a IV-a

Gheorghe Lazăr



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

1. Se consideră numerele:  $a = 9 \cdot 8 - 7 \cdot 6 + 5 \cdot 4 - 3 \cdot 2 + 1$  și  $b = \{[(9 \cdot 8 - 7) \cdot 6 - 5] \cdot 4 - 3\} \cdot 2 + 1$ .  
Aflați cel mai mic număr natural care trebuie scăzut din  $b$  astfel încât  $b$  să se împartă exact la  $a$ .  
Maria Comănescu, Ploiești
2. Pentru tabăra de matematică de la Voineasa, erau înscriși inițial 12 băieți și 8 fete. În fiecare zi s-au mai înscris câte 3 fete și un băiat, până când numărul băieților a devenit egal cu cel al fetelor. Aflați câți copii au fost în tabăra de matematică.  
Doinița Rogoza, Ploiești
3. Fie  $a, b, c, d$  numere naturale nenule. Împărțindu-l pe  $a$  la  $b$ , pe  $b$  la  $c$  și pe  $c$  la  $d$  obținem de fiecare dată câtul și restul egale cu 2. Arătați că:  
a)  $a$  este mai mare sau egal cu 38;  
b) Dacă  $d$  este număr impar, atunci suma  $a+b+c+d+3$  are ultima cifră 0.  
Tatiana Pană, Ploiești
4. Un bunic are 25 de nepoți de la cei 5 fii ai săi. Se știe că nu există doi fii cu același număr de copii și că diferența dintre numărul de copii ai oricărui doi fii este maxim 4.  
a) Câți copii are fiecare fiu?  
b) Știind că fiecare fiu are cel puțin o fată și că numărul fetelor fiecărui fiu este cel mult jumătate din numărul copiilor săi, să se determine cel mai mic și cel mai mare număr de nepoțele pe care le-ar putea avea bunicul.  
Mariana Saraolu, Rm. Vâlcea

Notă:

Timp de lucru - 2 ore.

Scrieți pe foaia de concurs rezolvările complete, fiecare subiect pe o foaie distinctă.

GIMNAZIUL „SF. VASILE”, PLOIEȘTI

Concursul interjudețean de matematică  
**„DISCIPOLII LUI LAZĂR”**  
ediția a V-a  
17 noiembrie 2007

Clasa a V-a

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

2. Fie numărul natural  $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$ .
- Să se determine valoarea minimă a exponentului „n” astfel încât  $p \cdot 5^n$  să aibă numărul maxim de zerouri.
  - Să se determine factorii consecutivi ai lui p astfel încât suma lor, „s”, să fie un număr cuprins între 10 și 20, iar restul împărțirii lui s la 11 să fie 7.

Constantin Saraolu, Rm. Vâlcea

3. Precizați dacă există numere naturale de forma  $\overline{ab}$  știind că, împărțite la 18, dau restul egal cu dublul câtului și  $\overline{a0b} = \overline{ab} + 630$ .

Tatiana Pană, Ploiești

4. Fie numerele  $a = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{4013}$ ,  $b = 5 \cdot 2^{2005}$  și  $c = 2^{2007} + 1$ .
- Să se calculeze  $(a+1) : 4^{2007}$ ;
  - Să se afle restul împărțirii lui  $a+b$  la c.

Mihaela Ionescu, Ploiești

5. Domnul Lefter Popescu a rătăcit două lozuri într-unul din cele 50 de buzunare pe care le are la numeroasele sale: sacouri (cu câte 5 buzunare), pantaloni (cu câte 3 buzunare) și pardesie (cu câte 4 buzunare). Care este numărul minim de piese de vestimentație pe care le poate avea domnul Lefter Popescu, știind că sacouri are mai multe decât pardesie și mai puține decât pantaloni.

Daniel Pripoaie, București

Notă:

Timp de lucru - 2 ore.

Scrieți pe foaia de concurs rezolvările complete, fiecare subiect pe o foaie distinctă.

GIMNAZIUL „SF. VASILE”, PLOIEȘTI

Concursul interjudețean de matematică  
**„DISCIPOLII LUI LAZĂR”**  
ediția a V-a  
17 noiembrie 2007

Clasa a VI-a

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

1. Un număr natural, scris în baza 10, cu 6 cifre nenule și distincte, se numește „marțian” dacă are suma cifrelor egală cu 22.
- Să se scrie 3 numere „marțiene”;
  - Să se arate că produsul cifrelor oricărui număr „marțian” se divide cu 30.

Ioana și Gheorghe Crăciun, Ploiești

2. Dacă  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{20} + \frac{1}{21} = \frac{a}{b}$ ,  $a, b \in \mathbf{N}^*$ , să se arate că  $a - b$  se divide cu 23.

Cristinel Mortici, Târgoviște

3. Fie unghiurile  $\widehat{A\hat{O}B}$ ,  $\widehat{B\hat{O}C}$ ,  $\widehat{C\hat{O}D}$ ,  $\widehat{D\hat{O}A}$  formate în jurul punctului  $O$ , astfel încât

$$m(\widehat{A\hat{O}B}) = \frac{1}{2} m(\widehat{B\hat{O}C}) = \frac{1}{3} m(\widehat{C\hat{O}D}) = \frac{1}{4} m(\widehat{D\hat{O}A}).$$

- Calculați măsura unghiului  $\widehat{A\hat{O}B}$ ;
- Arătați că semidreapta opusă semidreptei  $(OC)$  este bisectoarea unghiului  $\widehat{A\hat{O}D}$ .

Mihaela Ionescu, Ploiești

4. Punctele unei drepte se colorează cu două culori. Să se arate că există trei puncte de aceeași culoare ale drepte, astfel încât unul din puncte să fie mijlocul segmentului determinat de celelalte două.

Olguța Tălău, Craiova

Notă:

Timp de lucru - 2 ore.

Scrieți pe foaia de concurs rezolvările complete, fiecare subiect pe o foaie distinctă.

GIMNAZIUL „SF. VASILE”, PLOIEȘTI

Concursul interjudețean de matematică  
**„DISCIPOLII LUI LAZĂR”**

ediția a V-a  
17 noiembrie 2007

Clasa a VII-a

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

1. Cei trei purceluși, Naf-Naf, Nif-Nif și Nuf-Nuf pot construi împreună o casă în 10 zile. După ce au lucrat 5 zile împreună, Nuf-Nuf obosește și pleacă la joacă, ceilalți doi putând termina casa în 6 zile. După ce mai lucrează amândoi 3 zile, Nif-Nif se plictisește și pleacă și el la joacă, iar Naf-Naf termină casa în 5 zile.

În câte zile ar putea construi casa fiecare purceluș, lucrând singur?

Ilarie Lazăr, Ploiești

2. Să se afle  $x \in \mathbf{N}$  din egalitatea:  $\frac{x^2+1}{x+1} + \frac{x^2+2}{x+2} + \frac{x^2+3}{x+3} + \dots + \frac{x^2+2007}{x+2007} = 2007$ .

Traian Cotfas, Sf. Gheorghe

3. Fie  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  mijloacele laturilor  $BC$ ,  $CA$ , respectiv  $AB$  ale triunghiului  $ABC$ . Știind că  $AA' = 6$  cm,  $BB' = 9$  cm, iar dublul lungimii segmentului  $CC'$  este egal cu triplul lungimii laturii  $AB$ , să se afle aria triunghiului  $ABC$ .

Tatiana Pană, Ploiești

4. Fie patrulaterul convex  $ABCD$  cu  $AC \cap BD = \{O\}$ ,  $AB + OC = BC + OA$  și  $\widehat{ABD} \equiv \widehat{CBD}$ . Să se arate că:

a) Triunghiul  $ABC$  este isoscel;

b) Dacă  $m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$  și  $BD = AB + BC$ , atunci triunghiul  $ACD$  este echilateral.

Nicolae Tălău, Craiova

Notă:

Timp de lucru - 2 ore.

Scrieți pe foaia de concurs rezolvările complete, fiecare subiect pe o foaie distinctă.

GIMNAZIUL „SF. VASILE”, PLOIEȘTI

Concursul interjudețean de matematică  
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”

ediția a V-a  
17 noiembrie 2007

Clasa a VIII-a

**Gheorghe Lazăr**



Întemeietorul învățământului  
matematic în limba română

1. Fie  $E(a,b) = \frac{(a^2+1)(b^2+1)}{(a+b)(ab-1)}$ . Determinați  $a$  și  $b$  numere reale pozitive, cu  $a \cdot b > 1$  pentru care  $E(a, b)$  are valoarea minimă.

Victor Ceobanu, elev, Ploiești

2. Demonstrați că în orice triunghi, cu lungimile laturilor  $x, y, z$  și semiperimetrul  $p$ , avem inegalitatea

$$4(3-p) \leq \frac{1}{p-x} + \frac{1}{p-y} + \frac{1}{p-z}.$$

Care este triunghiul pentru care are loc egalitatea?

Daniel Pripoaie, București

3. Fie  $x, y, z$  măsurile unghiurilor formate de diagonala unui paralelipiped dreptunghic cu muchiile paralelipipedului care pleacă din același vârf cu ea. Să se arate că, dacă  $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 y} + \frac{1}{\cos^2 z} = 9$ , atunci paralelipipedul este cub.

Ilarie Lazăr, Ploiești

4. Să se demonstreze că o condiție necesară și suficientă ca un patrulater convex să fie paralelogram este să existe un punct  $O$  în interiorul său, astfel încât orice dreaptă care trece prin  $O$  împarte patrulaterul în două figuri echivalente.

Cristinel Mortici, Târgoviște

Notă:

Timp de lucru - 2 ore.

Scrieți pe foaia de concurs rezolvările complete, fiecare subiect pe o foaie distinctă.