Concursul interjudețean de matematică

“Discipolii lui Lazăr”

Ediția a III-a 5 noiembrie 2005

Clasa a IV-a

La problemele 1-6 alegeți varianta corectă de răspuns şi completați în foaia grilă

1. Triplul numărului care face posibilă egalitatea:

2005-{2005-1 x [2005-a x (2004+2005:2005)+2005]}=2005 este

a.3 b.6 c.0 d.30

2. Suma tuturor numerelor care împărțite la 7 dau câtul mai mare decât 2 şi cel mult egal cu 4, iar restul mai mare decât 3 este:

a.100 b.177 c.239 d.7

3. Tatăl are tot atâția ani câte luni are fiul, iar împreună au 39 de ani. Vârsta tatălui este

a.39 b.35 c.36 d.34

4. Să se determine suma a două numere naturale ştiind că dacă primul se măreşte de 2 ori iar al doilea se micşorează cu 10,produsul rămâne acelaşi, respectiv 200.

a.35 b.24 c.30 d.42

5. Observă modul de formare al şirului : 3; 7; 13;21; 31; 43… următorul termen este

a.49 b.59 c.71 d.57

6. Se dau trei numere naturale. Ştiind că produsul primelor două este 90, produsul ultimelor două este 135, iar suma dintre primul şi ultimul este 45, atunci suma celor trei numere este

a.225 b.45 c.50 d.270

Probleme selectate de Matei Coralia - Ploieşti

Rezolvați problemele 7 şi 8 integral pe foaia de concurs.

7. Să se afle toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$, ştiind că

$$\overline{abc}+a+b+c=a\times b\times c+\overline{ab}+\overline{ac}+\overline{bc}$$

8. Albă ca Zăpada şi cei şapte pitici au suma vârstelor 185 de ani. Ştiind că Albă ca Zăpada este cea mai tânără dintre ei şi că vârstele piticilor sunt numere naturale consecutive, aflați vârsta fiecăruia dintre ei.

I. Lazăr şi M. Ionescu - Ploieşti

Clasa a V-a

La problemele 1-6 alegeți varianta corectă de răspuns şi completați în foaia grilă

9. Cubul numărului $a=(2006\cdot2005-2005\cdot2004-2003\cdot2):2$ este

a.6 b.8 c.1 d.27

10. Suma cifrelor numărului $2^{2005}\cdot5^{2001}-3$ este

a.10 b.4 c.18013 d.18022

11. Dacă $a=7\cdot b+31$, $b\in N^*$, atunci suma dintre câtul şi restul împărțirii lui „a" la 7 este:

a.b+31 b.31 c.b+7 d.3

12. Dacă suma a cinci numere naturale consecutive este cuprinsă între 200 şi 208, atunci produsul dintre cel mai mare şi cel mai mic este

a.1677 b.1678 c.1679 d.1680

13. Câte perechi de numere naturale (x,y) există care să facă adevărată egalitatea $x^2+y^2+x+y=2005$

a.una b.o infinitate c.două d.nici una

14. Se dă numărul $a=1+2+3+4+\ldots+45$. Valoarea maximă a lui $n\in N$, pentru care are loc relația $1+2+2^2+\ldots+2^n<a$ este

a.9 b.10 c.8 d.2005

Probleme selectate de Gabriel Țaga, Ioana Crăciun

Rezolvați problemele 7 şi 8 integral pe foaia de concurs.

15. Aflați $x\in N$, pentru care numărul $A=x^4+10^{x-3}+62$ este pătrat perfect

Ceobanu Victor - Ploieşti

16. Să se elimine 45 de cifre (nu neapărat consecutive) din numărul B=123…891011…2930 astfel încât numărul rămas să fie:

a. minim

b. maxim

Petre Năchilă- Ploieşti

Clasa a VI-a

La problemele 1-6 alegeți varianta corectă de răspuns şi completați în foaia grilă

17. Dacă $x=\dfrac{\overline{ab}}{\overline{abab}}+\dfrac{\overline{cd00}}{\overline{cdcd}}$, atunci x este

a.subunitar b.echiunitar c.supraunitar d. $\dfrac{\overline{cdab}}{\overline{abab}\cdot\overline{cdcd}}$

18. Fie a=47m+29n şi b=m+7n, m,n$\in N^*$. Cel mai mic k$\in N$, pentru care a+kb se divide cu 50 este

a.1 b.2 c.3 d.4

19. Dacă măsura unui unghi este un sfert din măsura suplementului său, atunci diferența lor este:

a.108^0 b.90^0 c.54^0 d.45^0

20. Câte perechi de numere naturale satisfac egalitatea $23_{(x)}+42_{(y)}=37_{(10)}$

a.7 b.6 c.2 d.4

21. Numărul elementelor mulțimii A=$\left\{n\in N/\dfrac{2n+8}{4n+1}\in N\right\}$*este*

a.1 b.4 c.3 d.2

22. Fie $A_n=\left\{\dfrac{١}{n},\dfrac{٢}{n},\dfrac{٣}{n},...,\dfrac{n-١}{n}\right\}, n\in N \quad n\geq ٢$ Fie S(n) suma tuturor elementelor lui $A_{n.}$ dacă S(15)+S(35)=S(n), atunci n este

a.50 b.40 c.49 d.60

Probleme selectate de M Ionescu, M Negrilă.

Rezolvați problemele 7 şi 8 integral pe foaia de concurs.

23. Fie A;B,C,D,E,F puncte coliniare în această ordine. Dacă 2AC= AB+AD şi 2CF= AF+EF arătați că (AB)≡(DE)

24. a. Să se determine numărul natural r şi numerele prime p<q din egalitatea $p^q+q^p-5^r=8360$.

Cristinel Mortici - Târgovişte

b. fie a, b, c $\in N^*$, astfel încât $\dfrac{ac+b}{c},\dfrac{ab+c}{a},\dfrac{bc+a}{b}\in N$, atunci ab+bc+ac divide $a^2+b^2+c^2$

.

Nicolae Angelescu - Câmpina

Clasa a VII-a

La problemele 1-6 alegeți varianta corectă de răspuns şi completați în foaia grilă

25. Fie a, b, c, d, m, n $\in Q_+^*$ cu m > n şi $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Dacă $A=\frac{am+bn}{a+b}$ şi $B=\frac{mc+nd}{c+d}$, atunci avem

a. A > B   b. A=B   c. A < B   d. A·B < 1

26. Fie d un divizor întreg comun al numerelor 2400 şi 2800. Care este probabilitatea ca aceasta să fie pătrat perfect?

a. $\frac{٢}{٥}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{١}{٢}$ d. $\frac{١}{٥}$

27. Dacă $\frac{a}{b}=\frac{b+١}{c}=\frac{c}{d}=\frac{d}{a+١}$, atunci $\frac{a+c}{b+d}$ este:

a. 1   b. 0   c. a+1   d. a

28. Trapezul dreptunghic ABCD are AB > CD, $\hat{A}=\hat{D}=٩٠^\circ$ AC $\perp$ CD şi $\hat{B}=٦٠^\circ$. Dacă BC=8cm, atunci lungimea liniei mijlocii a trapezului este :

a. 14 cm   b. 4 cm   c. 12 cm   d. 16 cm

29. Fie a, b $\in N^*$ şi $\frac{a-١٣}{b}=\frac{a}{b+٧}$. Valoarea maximă a lui $\frac{a}{b}$ este:

a. $\frac{13}{7}$ b. $\frac{39}{7}$ c. $\frac{26}{7}$ d. $\frac{٥٢}{٧}$

30. Fie triunghiurile echilaterale ADC şi BCE (A, C, B coliniare şi D, E de aceeaşi parte a dreptei AB). Dacă M este mijlocul lui AE şi N mijlocul lui BD, atunci triunghiul CMN este

a. oarecare   b. dreptunghic   c. isoscel   d. echilateral

Probleme selectate de A. Negrilă şi GH. Crăciun

Rezolvaţi problemele 7 şi 8 integral pe foaia de concurs.

31. Se considera trei numere naturale a, b, c, diferite doua cate doua, care se divid cu 2 si cu 3 si nu se mai divid cu alte numere prime si cu proprietatea ca numerele $\frac{a}{(b,c)}$, $\frac{b}{(a,c)}$, $\frac{c}{(a,b)}$ sunt numere naturale.

a) Sa se arate ca numarul a ^{٢} [b,c]+b ^{2} [c,a]+c ^{2} [a,b] se divide cu abc.

b) Sa se arate ca exista numere naturale r,s astfel incat : $\left\{\frac{a}{(b,c)}, \frac{b}{(a,c)}, \frac{c}{(a,b)}\right\}=\{1,2^r,٣^s\}$

(a,b): c.m.m.d.c. al nr. a si b

[a,b]: c.m.m.m.c. al nr. a, b

Cristinel Mortici – T.argoviste

32. Pe laturile AB şi AC ale triunghiului ascuţitunghic ABC se construiesc, în afară, pătratele ABDE şi ACFG. Să se arate că

a. $(EC)\equiv(BG)$

b. EG este perpendiculară pe mediana AM a triunghiului ABC şi EG=2·AM

GH. Ţiţeica

Clasa a VIII-a

La problemele 1-6 alegeți varianta corectă de răspuns şi completați în foaia grilă

1. Numărul soluțiilor întregi ale ecuației: $x\cdot(x-1)+|y+1|=3$ este:

a.3 b.4 c.8 d.6

33. Fiind date 4 puncte A, B, C, D necoplanare si E coliniar cu A şi B, iar F coliniar cu B şi C, atunci numarul de plane determinate de cele 6 puncte este:

a.6 b.4 c.5 d.7

34. Solutia ecuatiei $\frac{\sqrt{٣,٥+\sqrt{١٠}}+\sqrt{٢,٥-\sqrt{٦}}}{\sqrt{٥}+\sqrt{٣}}=\frac{x}{٢\sqrt{٢}}$ este numar:

a.natural b.impar c.irational d.patrat perfect

35. Daca a+b=1 si $a^{٣}+b^{٣}=4$, atunci $a^{٤}+b^{٤}$ este egal cu:

a.7 b.11 27 c.23

36. In cubul ABCDA'B'C'D' de muchie a, fie E si F mijloacele muchiilor AA' si CC'. Daca D'E$\cap$DA=$\{M\}$ si D'F$\cap$DC=$\{P\}$, atunci aria triunghiului D'MP este :

a. $\frac{٥a^{٢}}{٢}$ b. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{4}$; c.2a ^{2} d.a $^2\sqrt{6}$

37. O prisma triunghiulara regulata ABCA'B'C' are AB=12 cm si AA'= 12 $\sqrt{٢}$ cm. Măsura unghiului dintre A'C şi BC' este:

a.30 ^{o} b.60 ^{o} c.45 ^{o} d.90 ^{o}

Probleme selectate de M. Ionescu, M. Negrilă

Rezolvați problemele 7 şi 8 integral pe foaia de concurs.

38. Fie a,b,c$\in(0,1)$. Să se arate că:

a. $\frac{a}{٧+٤(b^{٢}+c^{٢})}+\frac{b}{٧+٤(c^{٢}+a^{٢})}+\frac{c}{٧+٤(a^{٢}+b^{٢})}<\frac{١}{٤}$

b. $\left\{\frac{a}{7+4(b^2+c^2)},\frac{b}{7+4(c^2+a^2)},\frac{c}{7+4(a^2+b^2)}\right\}\cap(0,\frac{1}{12})\neq\varnothing$

Nicolae Angelescu - Câmpina

39. Fie triunghiul ABC şi punctele M$\in$ (AB), N$\in$ (AC), P$\in$ (MN), Q$\in$ (BC) astfel încât $\frac{PM}{PN}$ $=\frac{QB}{QC}=\frac{MB}{NC}$ şi T$\notin$ (ABC). Bisectoarea interioara a unghiului BAC taie MN si BC în E şi respectiv F. Dacă planele (PQT) si (TEF) se intersecteaza dupa dreapta d, aratati ca d$\parallel$ (ABC).