

# TESTAREA PENTRU CLASA DE EXCELENTA

31 octombrie 2009

clasa a 9 a

1) Demonstrati inegalitatea:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 + \left(\frac{b}{c}\right)^4 + \left(\frac{c}{d}\right)^4 + \left(\frac{d}{e}\right)^4 + \left(\frac{e}{a}\right)^4 \geq \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c} + \frac{e}{d} + \frac{a}{e},$$

$\forall a, b, c, d, e \in (0, \infty)$

2) Calculati partea intreaga a numarului:

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{1999^2} + \frac{1}{2000^2}}$$

3) Fie  $P$  un punct oarecare in interiorul triunghiul echilateral  $ABC$  si  $X, Y, Z$  proiectiile sale pe laturi. Demonstrati ca

$$\overrightarrow{PX} + \overrightarrow{PY} + \overrightarrow{PZ} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}).$$

4) Intr-un sir finit de numere reale orice suma de 7 termeni consecutivi este negativa iar orice suma de 11 termeni consecutivi este pozitiva. Aflati numarul maxim de elemente ale unui astfel de sir si construiti un exemplu.