

Concursul interjudetean „Discipolii lui Lazar”

Editia a IV-a – 4 noiembrie 2006

Clasa a IV-a



Gheorghe Lazar

La problemele 1-6 hasurati casuta corespunzatoare raspunsului corect în grila de raspunsuri.

1. Predecesorul unui numar este cu 2008 mai mic decât suma dintre numar si succesorul sau. Atunci câtul împaririi sumei celor trei numere la 6 este egal cu:
a) 1003 b) 1000 c) 2008 d) 1004 e) alt raspuns
2. Se dau numerele naturale de forma \overline{ab} , unde $(a-2) \cdot (b+3) = 30$. Atunci suma numerelor date este egala cu:
a) 200 b) 212 c) 300 d) 402 e) alt raspuns
3. Într-o clasa sunt 67 de pixuri. 8 elevi au câte un pix, 5 elevi au câte 3 pixuri, iar restul au câte 4 pixuri. Daca numarul elevilor din clasa este n , care din afirmatiile de mai jos este adevarata:
a) $n > 30$ b) $25 < n < 30$ c) $20 < n < 25$ d) $n=20$ e) alt raspuns
4. Se elimina 3 cifre din scrierea numarului 9257106 pentru a obtine cel mai mic numar de 4 cifre. Cifrele eliminate sunt:
a) 9, 7, 6 b) 9, 5, 7 c) 9, 5, 6 d) 2, 1, 0 e) alt raspuns
5. Suma de 1600 lei a fost platita cu bancnote de 10 lei si de 50 de lei, în total 40 de bancnote. Atunci numarul bancnotelor de 50 de lei este mai mare decât numarul bancnotelor de 10 lei
a) de 2 ori b) de 3 ori c) de 4 ori d) de 5 ori e) alt raspuns
6. Urmatorul numar din sirul 987, 756, 525 este:
a) 314 b) 204 c) 294 d) 432 e) alt raspuns

La problemele 7 si 8 scrieti rezolvarea integrala pe foaia de concurs:

7. Sa se afle „a” din egalitatea
 $2 - 400 : \{5 \cdot [4 \cdot 7 + 48 : (300 : 5 : a - 48 : 6)]\} = 0$.
8. Doi frati au vârstele exprimate prin doua numere naturale pare consecutive. Jumatatea sumei dintre dublul vârstei celui mai mic si triplul vârstei celui mai mare este 18. Sa se afle cu câti ani în urma vârsta celui mic era o treime din vârsta celui mare.

Probleme selectate de prof. Mihaela Ionescu

Succes!

Nota:

Timp efectiv de lucru: 2 ore

Concursul interjudetean „Discipolii lui Lazar”

Editia a IV-a – 4 noiembrie 2006

Clasa a V-a



Gheorghe Lazar

La problemele 1-6 hasurati casuta corespunzatoare raspunsului corect în grila de raspunsuri.

1. Se da egalitatea $[(3x + 5) \cdot 5 - 20] : 10 = 8$. Patratalui x este egal cu:
a) 16 b) 25 c) 36 d) 49 e) alt raspuns
2. O sesime din diferenta dintre cel mai mare numar natural scris cu 4 cifre distincte si cel mai mic numar natural scris cu 4 cifre pare distincte este egala cu:
a) 1400 b) 1305 c) 1403 d) 1307 e) alt raspuns
3. Doi frati au vârstele exprimate prin numere naturale impare consecutive. Daca suma vârstelor celor doi frati este egala cu predecesorul patratului lui 7, atunci fratele mai mare are:
a) 21 ani b) 27 ani c) 25 ani d) 19 ani e) alt raspuns
4. Se da $a = 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2005}$. Atunci restul împartirii numarului $x = 7^{2006} - 6a$ la 5 este egal cu:
a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) alt raspuns
5. Suma cifrelor numarului x , unde $x = 2006 \cdot 2007 - 2006 \cdot 2 - 2005^2$, este egala cu:
a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) alt raspuns
6. Împartind un numar natural „a” la un numar de doua cifre se obtine câtul 2 si restul 98. Atunci diferenta dintre cel mai mic numar de 4 cifre si numarul „a” este egala cu:
a) 504 b) 608 c) 704 d) 804 e) alt raspuns

La problemele 7 si 8 scrieti rezolvarea integrala pe foaia de concurs:

7. Sa se calculeze suma tuturor numerelor \overline{ab} cu proprietatea ca
$$\left[(3^5 \cdot 125) : 15^3 \right] \cdot \left[(\overline{ab} + b) : (\overline{ba} + a) \right] = 30^4 : 15^2 : 200.$$
8. Se dau numerele $a = 2 + 4 + 6 + \dots + 4012$ si $b = 1 + 3 + 5 + \dots + 4011$.
a) Calculati cele doua numere si aratati ca unul din ele e patrat perfect;
b) Calculati suma dintre câtul si restul împartirii lui a la b .

Probleme selectate de prof. Mihaela Ionescu si prof. Tatiana Pana

Succes!

Nota:

Timp efectiv de lucru: 2 ore

Concursul interjudetean „Discipolii lui Lazar”

Editia a IV-a – 4 noiembrie 2006

Clasa a VI-a



Gheorghe Lazar

La problemele 1-6 hasurati casuta corespunzatoare raspunsului corect.

1. Numerele de forma \overline{ab} care au proprietatea: $\frac{\overline{ab}}{9a+9b} = \frac{\overline{ba}}{2a+2b}$ au suma cifrelor egala cu:
a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) alt raspuns
2. Fie S suma tuturor numerelor naturale n pentru care $1+3+5+\dots+101 \leq n \leq 2+4+6+\dots+102$. Numarul divizorilor primi ai numarului S este egal cu:
a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) alt raspuns
3. Se dau numerele de forma \overline{abcd} pentru care \overline{abc} se divide cu 5^2 si \overline{dcb} se divide cu 5^3 . Atunci suma tuturor numerelor de forma \overline{abcd} cu proprietatea de mai sus este egala cu:
a) 90045 b) 450045 c) 450090 d) 900090 e) alt raspuns
4. Daca $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n = 2^{5x+3} \cdot 3^{2y+1} \cdot 5^{7z-3} \cdot 7^t \cdot 1001 \cdot 17 \cdot 19$, atunci numarul n - (x+y+z+t) este egal cu:
a) 10 b) 11 c) 9 d) 12 e) alt raspuns
5. Se dau semidreptele opuse (OA si (OC si semidreptele (OB si (OD situate în semiplane diferite fata de dreapta AC astfel încât $m(\hat{D\hat{O}B}) = 90^\circ$, iar (OC este interioara unghiului $\hat{D\hat{O}B}$. Daca (Ox si (Oy sunt bisectoarele unghiurilor $\hat{A\hat{O}B}$ si $\hat{D\hat{O}A}$, atunci masura unghiului $\hat{x\hat{O}y}$ este egala cu:
a) 120° b) 60° c) 135° d) $22^\circ 30'$ e) alt raspuns
6. Se dau punctele A, B, C, D si E astfel încât oricare trei sa fie necoliniare. Numarul dreptelor determinate de câte doua din cele cinci puncte este egal cu:
a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) alt raspuns

Probleme selectate de prof. Ilarie Lazar si prof. Tatiana Pana

La problemele 7 si 8 scrieti rezolvarea integrala pe foaia de concurs:

7. a) Se dau a, b si numere naturale astfel încât $27a = 3b+5c$. Sa se arate ca $\frac{(4a-b)(c-9a)}{15}$ este numar natural.
b) Sa se determine p, q, n numerele naturale din egalitatea $p - q + 6^n = 213$, stiind ca p si q sunt numere prime, iar n este un numar natural nenul. Câte solutii are problema?
Prof. Cristinel Mortici
8. Se dau punctele coliniare O, A, B, C în aceasta ordine, iar M, N, P respectiv mijloacele segmentelor [BC], [AC] si [AB]. Sa se arate ca $OM + ON + OP = OA + OB + OC$.

Succes!

Nota:

Timpe efectiv de lucru: 2 ore.

Concursul interjudetean „Discipolii lui Lazar”

Editia a IV-a – 4 noiembrie 2006

Clasa a VII-a



Gheorghe Lazar

Rezolvati integral pe foaia de concurs:

1. Se da numarul $x = 7^{52} + 7^{53} + 7^{54} + \dots + 7^{72} - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$. Sa se calculeze restul împaririi lui x la 19.

2. Numerele naturale x, y, z, t sunt direct proportionale cu numerele prime a, b, c, d . Stiind ca:
 $x + y = z$ si $x + z = t$

- 1) sa se determine a, b, c, d ;
- 2) sa se determine valorile minime ale numerelor x, y, z, t , stiind ca $yz + xt$ este cub perfect.

Prof. Ilarie Lazar

3. Se da triunghiul ABC în care masura unghiului A este de 45° , iar masura unghiului B este de 54° . Fie punctele $D \in (AC)$ si $E \in (AB)$ astfel încât $m(\hat{A}BD) = 36^\circ$ si $m(\hat{A}CE) = 18^\circ$. Sa se calculeze raportul masurilor unghiurilor $\hat{B}EC$ si $\hat{B}DE$.

4. Fie $ABCD$ un paralelogram cu $m(\hat{B}AC) = 90^\circ$ si $m(\hat{A}BD) = 60^\circ$ si notam cu O centrul sau. Fie M si N mijloacele segmentelor OB , respectiv OD , Q intersectia dreptelor AM si DC , iar R si P intersectiile bisectoarei unghiului $\hat{Q}DB$ cu AC si respectiv cu AQ . Sa se arate ca:

- a) $2 \cdot MP = DM$;
- b) $RN \perp BD$.

Succes!

Nota:

Timp efectiv de lucru: 2 ore.

Concursul interjudetean „Discipolii lui Lazar”

Editia a IV-a – 4 noiembrie 2006

Clasa a VIII-a



Gheorghe Lazar

Rezolvati integral pe foaia de concurs:

1. Sa arate ca:

a) $a^3 + b^3 + c^3 - 3 \cdot a \cdot b \cdot c = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$, oricare ar fi a, b, c numere reale;

b) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$, oricare ar fi a, b, c numere reale nenegative.

2. a) Sa se arate ca, daca $n \in \mathbf{N}$, $n \neq 2$, atunci $\sqrt{n^2 - n + 2} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$;

b) Sa se arate ca exista o infinitate de numere irrationale x , pentru care $\frac{x^2 - 2}{2x - 1}$ este numar natural;

c) Sa se determine numerele irrationale x pentru care numerele $\frac{x^2 - 2}{2x - 1}$ si $\frac{5x^2 + 3}{5x + 4}$ sunt ambele numere rationale.

Prof. Nicolae Angelescu

3. Se da triunghiul ABC în care masurile unghiurilor $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ sunt direct proportionale cu 2, 3 si 7. Sa se afle raza cercului circumscris triunghiului, stiind ca perimetrul si aria triunghiului sunt exprimate prin acelasi numar.

4. În tetraedrul OABC se noteaza cu G centrul de greutate al triunghiului ABC si se construiesc: GD paralela cu OA ($D \in (OBC)$), GE paralela cu OB ($E \in (OAC)$) si GF paralela cu OC ($F \in (OAB)$). Sa se calculeze $\frac{GD}{OA} + \frac{GE}{OB} + \frac{GF}{OC}$.

Succes!

Nota:

Timp efectiv de lucru: 2 ore.