CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

GRIGORE MOISIL

EDIŢIA I , 23 aprilie 2005

SUBIECTE PENTRU CLASA a III – a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 9:

1. În scrierea numerelor naturale de la 200 la 300, cifra 8 se foloseşte de:

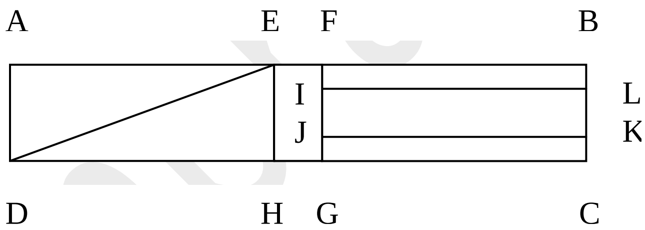
a) 20 de ori; *b) 19 ori;* *c) 12 ori;* *d) 21 de ori;* *e) 18 ori.*

2. Care este ultima cifră a produsului?

$4 \times 6 \times 7 \times 8 \times 5 \times 479 \times 23\ 126 =$

a) 9; *b) 8;* *c) 5;* *d) 0;* *e) 4.*

3. Câte dreptunghiuri sunt în figură?



a) 9; *b) 10;* *c) 11;* *d) 12;* *e) 8.*

4. Moş Martin a cumpărat c-un milion
Şapte borcane cu bulion
Şi trei stupi de miere bună
Care nu-i ajung o lună.
Dacă 70 000 lei pe-un borcan a dat
Stupul de miere cât l-a costat?

a) 80 000; *b) 100 000;* *c) 170 000;* *d) 17 000;* *e) 270 000.*

5. Două zile, 4 ore şi 12 minute sunt egale cu:

a) 3 120 min.; *b) 3 102 min.;* *c) 18 732 secunde;* *d) 3 132 min.;* *e)2 880 min.*

6. Între bunic şi nepot este o diferenţă de 48 de ani. Acum 10 ani bunicul era de 9 ori mai în vârstă decât nepotul. Acum nepotul are:

a) 6 ani; *b) 16 ani;* *c) 10 ani;* *d) 24 ani;* *e) 14 ani.*

7. Un dreptunghi este format din 10 pătrate egale. Un pătrat are latura o doime din lăţimea dreptunghiului şi perimetrul de 40 cm. Care este perimetrul dreptunghiului?

a) 140 cm; *b) 220 cm;* *c) 120 cm;* *d) 100 cm;* *e) 60 cm.*

8. Suma a două numere naturale este 240. Prin împărţirea lor se obţine câtul 4 şi restul 20. Diferenţa numerelor este:

a) 196; *b) 40;* *c) 152;* *d) 156;* *e) 169.*

9. În trei coşuri sunt 630 de bile. Dacă se iau 12 bile din primul coş şi se pun în al doilea, în fiecare rămâne acelaşi număr de bile. Iniţial, în primul coş au fost:

a) 210; *b) 198;* *c) 220;* *d) 222;* *e) 122.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

10. Găseşte patru numere naturale, ştiind că triplul sumei lor este 36. Dacă primul număr îl înmulţim cu 4, al doilea îl înmulţim cu 2, la al treilea adunăm 1 şi din al patrulea scădem 2, atunci obţinem numere egale.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a IV – a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 9:

1. În şirul de nr. naturale 17; 37; 39; 59; 61; 91; 93, alcătuit după o anumită regulă, unul dintre numere nu respectă regula. Acest număr este:

a) 37; *b) 93;* *c) 61;* *d) 91;* *e) 59.*

2. La un concurs amical de tenis participă 4 concurenţi. Fiecare a jucat cu fiecare câte un meci. Câte meciuri s-au jucat?

a) 4; *b) 8;* *c) 6;* *d) 7;* *e) 9.*

3. Pentru a face compot, o gospodină taie 48 de mere în două, după care jumătate din numărul bucăţilor le mai taie o dată în două, iar apoi, jumătate din numărul total de bucăţi le taie iarăşi în două. Câte bucăţi are acum pentru compot?

a) 196; *b) 144;* *c) 388;* *d) 216;* *e) 360.*

4. Se micşorează cu 7 cm lungimea unui dreptunghi şi se obţine un pătrat cu perimetrul de 32 cm. Câţi cm are lăţimea dreptunghiului iniţial?

a) 16; *b) 14;* *c) 7;* *d) 15;* *e) 8.*

5. Dacă ştim că: $400 + 480 : 4 - [\ 680 : a + 4 \times (\ 20 + 12 + 18\ )\ ] = 286$, atunci o cincime din pătrimea lui a este:

a) 20; *b) 2;* *c) 1;* *d) 5;* *e) 4.*

6. Un autoturism, după ce a parcurs $\frac{2}{3}$ din drum, mai are de parcurs 8 km până să ajungă la $\frac{5}{6}$ din drum. Lungimea totală a drumului este de:

a) 24 km; *b) 48 km;* *c) 144 km;* *d) 96 km;* *e) 40 km.*

7. Restul împărţirii a două numere naturale este 97, iar împărţitorul, format din două cifre, este dublul câtului. Deîmpărţitul este:

a) 4999; *b) 4899;* *c) 3899;* *d) 4802;* *e) 4889.*

8. Bunicul este cu 42 de ani mai în vârstă decât nepotul. Peste 3 ani, vârsta lui va fi de 2 ori mai mare decât vârsta nepotului. Bunicul are acum vârsta de:

a) 81 ani; *b) 78 ani;* *c) 80 ani;* *d) 84 ani;* *e) 38 ani.*

9. Într-o cutie sunt bile de trei culori: roşii, galbene şi albe. Ştiind că 38 nu sunt roşii şi 66 nu sunt galbene, iar numărul bilelor roşii este triplul numărului bilelor galbene, câte bile sunt în total în cutie?

a) 70; *b) 80;* *c) 104;* *d) 86;* *e) 90.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

10. Suma a două numere naturale este 272. Dacă împărţim sferturile lor, obţinem câtul 2 şi restul 5. Aflaţi care sunt cele două numere.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a V – a

La probleme 1-9 rezolvaţi şi alegeţi varianta corectă de răspuns, haşurând căsuţa corespunzătoare în fişa de răspunsuri.

1. Suma elementelor mulţimii $A=\{\overline{xyz}/z>0,\overline{xyz}-\overline{zyx}>704\}$ este:

a) 9260; *b) 9060;* *c) 9450;* *d) 9460;* *e) 9250.*

2. Numărul divizorilor sumei primelor 51 de numere pare este:

a) 20; *b) 24;* *c) 16;* *d) 28;* *e) 30.*

3. Numărul de zerouri în care se termină numărul A = 1·2·3·4·….·2005 este:

a) 500; *b) 400;* *c) 399;* *d) 450;* *e) 482.*

4. Fie a_1= 1, a_2=3+5, a_3 = 7+9+11, a_4 =13+15+17+19,… ; atunci a_{40} este:

a) 8000; *b) 125 000;* *c) 64 000;* *d) 121 000;* *e) 10 000.*

5. Suma numerelor naturale impare $\overline{xy}$ pentru care fracţia $\dfrac{62}{\overline{abxy}-7\cdot\overline{ab}}$ se simplifică prin 31, este:

a) 128; *b) 126;* *c) 134;* *d) 124;* *e) 168.*

6. Soluţia ecuaţiei $\dfrac{1}{0{,}1\cdot 0{,}2}+\dfrac{1}{0{,}2\cdot 0{,}3}+\dfrac{1}{0{,}3\cdot 0{,}4}+...+\dfrac{1}{1{,}9\cdot 2}-\dfrac{x}{0{,}5}=1$ este:

a) 29; *b) 35;* *c) 49;* *d) 15;* *e) 47.*

7. Valoarea lui n∈**N*** pentru care are loc relaţia $512-\dfrac{512}{2}-\dfrac{512}{2^2}-...-\dfrac{512}{2^n}=16$ este:

a) 6; *b) 4;* *c) 7;* *d) 5;* *e) 8.*

8. Produsul numerelor naturale nenule n pentru care fracţia $\dfrac{2^{n+6}-37\cdot 2^n+5}{437}$ este cel mult egal cu 1 este:

a) 14; *b) 24;* *c) 16;* *d) 26;* *e) 32.*

9. Fie mulţimile $A=\{x/x\in\mathbf{N},x=5k+1,k\in\mathbf{N},x\le 5001\}$, $B=\{y/y\in\mathbf{Z},|y|\le 10\}$, $C=\{z/z\in\mathbf{N},z^2+z=2005\}$. Atunci numărul elementelor A∪B∪C este:

a) 1009; *b) 1010;* *c) 1030;* *d) 1020;* *e) 1040.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

10.(4p) a) Se dau 2005 numere naturale distincte. Să se arate că, dacă suma oricăror 2004 numere naturale dintre ele este divizibilă cu 2005, atunci şi suma celor 2005 numere este divizibilă cu 2005.

(6p) b) Fie a = $2^x\cdot 5^y\cdot 7^z$ cu x, y, z ∈N*. Să se determine „a” ştiind că 16·a are cu 60 divizori mai mulţi decât a, iar 25·a are cu 24 divizori mai mulţi decât a.

NOTĂ:

Fiecare subiect se notează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a VI-a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri la problemele 1-9.

1. Se dau numerele: $a = (25^n : 5^n + 3^4 - 4^3 - 17 - 5^n) \cdot [(2^5 - 5^2 - 7) : 1993] + 1993$, $n \in N$; $b = 32 \cdot 1997^5 - 3994^5 + 2^3 \cdot 3 \cdot 83$; $c = 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 4$. Rezultatul calculului: $(2 \cdot a - b - c)^{2004}$ este egal cu:

a) 1; *b) 0;* *c) 1993;* *d) 2004;* *e) 2002.*

2. Se consideră unghiul alungit AOB şi în acelaşi semiplan determinat de dreapta AB se consideră semidreptele [OC şi [OD perpendiculare. Dacă [OM este bisectoarea unghiului AOC şi [ON este bisectoarea unghiului BOD atunci măsura unghiului MON este egală cu:

a) 120°; *b) 130°;* *c) 150°;* *d) 135°;* *e) 125°.*

3. Fie numerele: $a = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{7 \cdot 8} + ... + \frac{1}{2007 \cdot 2008}$ şi $b = \frac{1}{1005} + \frac{1}{1006} + ... + \frac{1}{2008}$. Atunci:

a) $a > b$; *b)* $a < b$; *c)* $a = b$; *d)* $a = 2 \cdot b$; *e)* $a = 3 \cdot b$.

4. Două unghiuri adiacente şi complementare au diferenţa măsurilor egală cu 24°. Atunci măsurile lor sunt egale cu:

a) 72° şi 48°; *b) 54° şi 30°;* *c) 47° şi 33°;* *d) 57° şi 33°;* *e) 52° şi 48°.*

5. Ştiind că $x \cdot (1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{1999}) = 2^{200]} - (8^2 \cdot 4^3 \cdot 2) : 64^2$ atunci x ia valoarea:

a) 4; *b) 8;* *c) 16;* *d) 2;* *e) 32.*

6. Un obiect se scumpeşte cu 60 %. Cu ce procent trebuie ieftinit pentru a ajunge la preţul iniţial?

a) 60 %; *b) 27, 5 %;* *c) 30 %;* *d)37,5 %;* *e) 32 %.*

7. Fie un unghi oarecare, iar D mijlocul laturii BC şi M mijlocul segmentului AD. Dacă $BM \cap AC = \{N\}$ atunci raportul dintre aria Δ ABN şi aria Δ ABC este egal cu:

a) $\frac{1}{5}$*;* *b)* $\frac{1}{4}$*;* *c)* $\frac{2}{5}$*;* *d)* $\frac{1}{3}$*;* *e)* $\frac{3}{8}$.

8. Ştiind că $\overline{abab}$ = 1320 – 9$\overline{ab}$ atunci $a^2 + b^2$ este egală cu:

a) 9; *b) 5;* *c) 7;* *d) 11;* *e) 8.*

9. Numerele x şi y sunt proporţionale cu 6 şi 4. Cât la sută reprezintă y – x din x + y?

a) 10 %; *b) 20 %;* *c) 40 %;* *d) 15 %;* *e) 30 %.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

10. Se dă triunghiul ABC în care AB < BC. Perpendiculara din A pe bisectoarea BF (F $\in$ Ac) a unghiului ABC, intersectează latura (BC) în D. Fie punctul E pe semidreapta [BA astfel încât [AE] ≡ [DC]. Arătaţi că:

a) [BA] ≡ [BD]; b) [DE] ≡ [AC]; c) [FE] ≡ [FC]; d) EC ‖ AD.

NOTĂ:

Fiecare subiect se notează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a VII-a

La probleme 1-6 rezolvaţi şi alegeţi varianta corectă de răspuns, haşurând căsuţa corespunzătoare în fişa de răspunsuri.

1. Numărul de soluţii (x,y)∈**N × N** ale ecuaţiei x^2-6x+y+8 = 0 este:

a) 2; *b) 3;* *c) 1;* *d) 4;* *e) 5.*

2. Dacă $x+\frac{1}{x}=5$, atunci valoarea expresiei $3x+\frac{3}{x}-2005x^2-\frac{2005}{x^2}$ este:

a) – 45 100; *b) – 46 100;* *c) – 56 100;* *d) – 26 100;* *e) – 49 100.*

3. Cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu numărul $1-\sqrt{5+2\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ este:

a) -1; *b) 0;* *c) – 3;* *d) 1;* *e) -2.*

4. Perimetrul triunghiului ale cărui laturi a; b; c verifică relaţia $\sqrt{a^2-4\sqrt{3}a+21}+\sqrt{b^2-2\sqrt{3}b+28}+\sqrt{c^2-6c+25}\le 12$ este:

a) $3\sqrt{3}$; *b)* $2\sqrt{3}+3$; *c)* $3\sqrt{3}+3$; *d)* $4\sqrt{3}+1$; *e)* $6\sqrt{3}$.

5. Valoarea minimă a expresiei E = $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2005$ este:

a) 2005; *b) 2003;* *c) 2001;* *d) 2000;* *e) 2004.*

6. Fiind dat triunghiul ABC având aria de 12 cm^2 şi punctele A'- simetricul punctului A faţă de B, B'- simetricul punctului B faţă de C, C' – simetricul punctului C faţă de A, atunci aria triunghiului A'B'C' este:

a) 48 cm^2; *b) 60* cm^2; *c) 36* cm^2; *d) 84* cm^2; *e) 72* cm^2.

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

7. (20p) Să se determine aria unui pătrat ABCD ştiind că există un punct M în interiorul său astfel încât AM = 1, BM = $\sqrt{2}$ şi MC = $\sqrt{5}$.

8. (20p) Se consideră numerele:

$x = 1^2\cdot 2 + 2^2\cdot 3 + 3^2\cdot 4 + \ldots + 2004^2\cdot 2005 + 2005^2\cdot 2006$;

$y = 1\cdot 2^2 + 2\cdot 3^2 + 3\cdot 4^2 + \ldots + 2004\cdot 2005^2$.

Determinaţi o mulţime finită A cu proprietatea că suma pătratelor elementelor mulţimii A este egală cu semidiferenţa numerelor x şi y, iar suma cuburilor elementelor lui A este egală cu semisuma numerelor x şi y.

NOTĂ:

Fiecare subiect de la 1 la 6 se notează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a VIII-a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri la problemele 1-6.

1. Dacă $x+\frac{1}{x}=-1$, atunci $x^{1998}+\frac{1}{x^{1998}}=-1$ este:

a) -1; *b)* 2; *c)* -2; *d)* 0; *e)* 4.

2. Soluţia reală a ecuaţiei $\sqrt{x-6\sqrt{x-3}+6} \le 3$ este:

a) $(-\infty, 39]$; *b)* $[3, 39]$; *c)* $(39, \infty)$; *d)* ϕ; *e)* $(-3, -39)$.

3. Fie funcţia $f:\Re \to \Re$, $f(x)=2x-1$; numărul $p=\sqrt{f(1)+f(2)+...+f(n)}$, $(\forall) n \in \mathrm{N}$, este:

a) natural; *b) întreg negativ;* *c) raţional;* *d) iraţional;* *e) real pozitiv.*

4. Prisma dreaptă $ABCDA'B'C'D'$ are baza rombul $ABCD$ cu $AB=6cm$ şi $m(C\hat{A}B)=30°$. Distanţa dintre dreptele $A'C$ şi $B'B$ este:

a) $6cm$; *b)* $3cm$; *c)* $2\sqrt{2}cm$; *d)* $6\sqrt{2}cm$; *e)* $\sqrt{3}cm$.

5. Punctele A, B, C, D sunt coplanare astfel încât $DC \perp (ABC)$, $AB \perp (BDC)$, $AC=a\sqrt{6}cm$, $AB=a\sqrt{3}cm$, $DC=a\ cm$. Unghiul dintre planele (ABD) şi (ABC) are măsura de:

a) $30°$; *b)* $90°$; *c)* $60°$; *d)* $45°$; *e)* $15°$.

6. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub cu $AB=1\ cm$. Notăm cu O centrul bazei $ABCD$ şi M mijlocul muchiei DD'. Aria triunghiului $B'MO$ este:

a) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$; *b)* $\frac{3\sqrt{2}}{8}$; *c)* $\frac{\sqrt{2}}{2}$; *d)* $\frac{3\sqrt{2}}{4}$; *e)* $\frac{1}{2}$.

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

7. În tetraedrul $SABC$ se consideră $M \in (SA)$, $P \in (AC)$, $N \in (AB)$ şi $\frac{AS}{AM}$, $\frac{AB}{AN}$, $\frac{AC}{AP}$ sunt numere naturale , iar $16 \cdot V_{AMNP} = V_{SABC}$. Să se arate că una dintre laturile triunghiului SBC este dublul uneia dintre laturile triunghiului MNP.

(20 puncte)

8. a) Aflaţi partea întreagă a numărului $\left.\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+...}}}\right\}2005$ radicali

(10 puncte)

b) Să se rezolve în mulţimea numerelor naturale ecuaţia:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{x+y+z}=2.$$

(10 puncte)

NOTĂ:

Fiecare subiect de la 1-6 are 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.