CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

GRIGORE MOISIL

EDIŢIA a II - a, 8 aprilie 2006

SUBIECTE PENTRU CLASA a III - a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. x : x + x · x – x : x = 1

a) x = 1; *b) x = 2;* *c) x = 3;* *d) x = 4;*

2. Într-o maşină sunt 3 persoane. Maşina parcurge 105 km. Câţi km parcurge fiecare persoană?

a) 35 km; *b) 315 km;* *c) 105 km;* *d) 420 km.*

3. Care este durata minmă în ani, în care există cicnci ani bisecţi?

a) 20 ani; *b) 17 ani;* *c) 16 ani;* *d) 19 ani;* *e) 25 ani.*

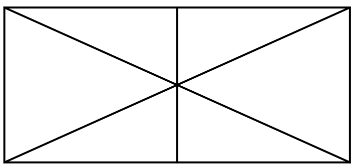
4. Mama are o tigaie specială în care poate prăji deodată 4 chiftele. Ştiind că prăjitul fiecărei chiftele durează 5 minute pe fiecare parte, în câte ore poate prăji 44 de chiftele pentru noi şi 28 pentru bunica?

a) 2 ore; *b) 4 ore;* *c) 3 ore;* *d) 7 ore;* *e) 6 ore.*

5. Opt muncitori termină de săpat un loc în 4 zile. În câte zile vor termina aceeaşi lucrare 2 muncitori?

a) 32 zile; *b) 16 zile;* *c) 8 zile;* *d) 15 zile;* *e) 4 zile.*

6. Câte triunghiuri sunt în figura următoare?



a) 8 triunghiuri; *b) 10 triunghiuri;* *c) 12 triunghiuri;* *d) 14 triunghiuri;* *e) 16 triunghiuri.*

7. Negaţia propoziţiei „nu este lung” este:

a) este lat; *b) este îngust;* *c) este scurt;* *d) este lung;* *e) este înalt.*

8. Dintr-un balot de stofă cu lungimea de 105 m, un croitor confecţionează costume bărbăteşti. Dacă pentru fiecare costum se folosesc câte 3 m, atunci croitorul va tăia stofa de:

a) 35 ori; *b) 36 ori;* *c) 34 ori;* *d) 33 ori;* *e) 32 ori.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. Suma a patru numere naturale este 81. Dacă din primul număr scădeţi 2, la cel de-al doilea adăugaţi 2, pe al treilea îl inmulţiţi cu 2, iar pe al patrulea îl împărţiţi la 2, atunci veţi obţine numere egale. Aflaţi cele 4 numere!

10. Un cioban avea 200 oi. În câteva rânduri ciobanul vinde câte 11 oi. După aceasta, oile rămase le împarte celor 4 fii ai săi. Ştiind că fiecare dintre ei a primit acelaşi număr de oi şi că respectivul număr este cuprins între 24 şi 36, aflaţi câte oi au primit în total cei patru fii ai ciobanului de la tatăl lor.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA A IV - A

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Câte perechi de numere naturale verifică egalitatea:

$$2a + 4b = 59$$

a) o pereche; *b) două perechi;* *c) trei perechi;* *d) patru perechi;* *e) nici o pereche.*

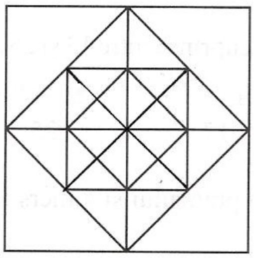
2. Se dă exerciţiul:

$$128 \cdot 25 - 6 \cdot 15 + y \cdot 1600 + 930 : 3 \cdot 5 =$$

unde y este număr natural. Ultima cifră a rezultatului va fi:

a) 0; *b) x;* *c) nu se poate preciza;* *d) 2;* *e) 5.*

3. Câte pătrate sunt în figura de mai jos?



a)16; *b) 18;* *c) 20;* *d) 22;* *e) 24.*

4. Peste 14 ani tatăl va avea 50 de ani, iar fiul 26. Acum câţi ani vârsta fiului era de 7 ori mai mică decât vârsta tatălui?

a) 7; *b) 8;* *c) 2;* *d) 14;* *e) 6.*

5. Cei zece băieţi dintr-o clasă s-au întâlnit şi s-au salutat, fiecare dând mâna cu fiecare. Câte strângeri de mână au fost în total?

a) 100; *b) 55;* *c) 45;* *d) 40;* *e) 44.*

6. Valoarea lui a din egalitatea 21 + 23 + ... + 97 + 99 = 60a este:

a)70; *b) 40;* *c) 60;* *d) 120;* *e)50.*

7. Suma dintre un număr, predecesorul şi succesorul său este cu 55 mai mare decât predecesorul numărului dat. Numărul căutat este:

a) 25; *b) 26;* *c) 27;* *d) 28;* *e) 29.*

8. Pentru a obţine o prăjitură de 100 grame se folosesc 5 grame de nuci. La o cofetărie, în vasul cu aluat pregătit pentru 100 de prăjituri s-a turnat din greşeală încă 1 kilogram de nuci. Ce cantitate din celelalte componente necesare pentru prepararea prăjiturii trebuie să se adauge în vas pentru a se obţine prăjitura cu o cantitate dublă de nuci decât în mod obişnuit?

a) 1 kg; *b) 2 kg;* *c) 3 kg;* *d) 4 kg;* *e) 5 kg.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. a) Aflaţi diferenţa dintre suma numerelor de forma $\overline{xyz}$ cu x – z = 4 şi x + y + z = 13 şi suma răsturnatelor lor.

b) Fie numărul x = 1 · 2 · 3 · .... · 100 · 101. Determinaţi în câte cifre de zero se termină numărul x.

10. Un ţăran vine la piaţă cu 234 kg de legume (ceapă, roşii, castraveţi). Vinde o cantitate de ceapă, roşii cu 1 kg mai mult decât triplul cantităţii de ceapă vândută, iar castraveţi cu 3 kg mai puţin decât dublul cantităţii de roşii vândută. La sfârşitul zilei ţăranul constată că i-au rămas cantităţi de legume reprezentate de numere consecutive.

Cantitatea de ceapă rămasă, egală cu cea de roşii vândută, este cea mai mică, cea de castraveţi fiind cea mai mare.

Aflaţi cantitatea de castraveţi cu care ţăranul a venit la piaţă.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA A V - A

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Numărul de zerouri în care se termină numărul A = 1 · 2 · 3 · .... ·2006 este:

a) 499; *b) 500;* *c) 501;* *d) 502;* *e) alt răspuns.*

2. Numărul divizorilor sumei numerelor pare mai mici sau egale cu 2006 este:

a) 6; *b) 12;* *c) 36;* *d) 24;* *e) 18.*

3. Un număr a este scris cu 555 cifre de 3, iar numărul b este scris cu 555 cifre de 6. Atunci suma cifrelor produsului a · b este:

a) 4595; *b) 4995;* *c) 4545;* *d) 4005;* *e) 4015.*

4. Fiind date numerele:

$$x = \frac{1}{2} + \frac{4}{6} + \frac{3}{4} + \frac{8}{10} + \frac{5}{6} + ... + \frac{1985}{1986}$$

$$y = \frac{2}{4} + \frac{1}{3} + \frac{2}{8} + \frac{1}{5} + \frac{2}{121} + ... + \frac{2^{n+1}}{3972 \cdot 2^n},\ n \in N,$$

atunci care dintre propoziţiile următoare este adevărată:

a) $5 | x \cdot y$; *b)* $(x + y) \vdots 9$; *c)* $5 | (x + y)$; *d)* $9 | x \cdot y$; *e) x + y este o fracţie ireductibilă.*

5. Fie numerele prime a, b, c care verifică relaţia: 2 · a + 3· b + 4 · c = 38, atunci media aritmetică a acestor numere este:

a) $\frac{19}{2}$; *b)* $\frac{17}{2}$; *c) alt răspuns;* *d)* $\frac{13}{2}$; *e)* $\frac{23}{2}$.

6. Câte numere de trei cifre nu sunt divizibile nici cu 11 şi nici cu 13?

a) 757; *b) 755;* *c) 761;* *d) 759;* *e) 758.*

7. Câte numere de trei cifre au un număr impar de diviziro naturali?

a) 33; *b) 22;* *c) 21;* *d) 20;* *e) 24.*

8. Se consideră şirul: 1, 7, 13, 19, 25, ... Numărultermenilor din şir care sunt mai mici decât 2006 este:

a) 330; *b) 335;* *c) 332;* *d) 333;* *e) 331.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. Să se găsească un număr de trei cifre distincte, egal cu suma tuturor numerelor de câte două cifre, care se pot forma cu cifrele numărului căutat.

10. Fie numărul: n = $(....(((7^7)^7)^7)^{....7})^7$, unde în scrierea numărului „n” apar 2006 paranteze.

a) Care este ultima cifră a numărului „n”;

b) Care sunt ultimele două cifre ale numărului „n”;

c) Stabiliţi dacă numărul dat este pătrat perfect.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA A VI - A

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Valoarea sumei :

$$S = 4 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + ... + \frac{1}{1+2+3+......+2006} - \frac{4012}{2007}$$

a) 0; *b) 1;* *c) 2;* *d) 3;* *e) 4.*

2. Suma tuturor numerelor naturale nenule „n” pentru care $x \in N$, unde :

$$x = 2006 \cdot \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + ... + \frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)} \right]$$

a) 538; *b) 501;* *c) 524;* *d) 522;* *e) 503.*

3. Diferenţa cuburilor a două numere naturale este 61, iar pătratul raportului lor este $\frac{25}{16}$. Aflaţi cât la sută reprezintă numărul mai mic din numărul mai mare :

a) 50 %; *b) 80 %;* *c) 60 %;* *d) 75 %;* *e) 15 %.*

4. Produsul numerelor naturale distincte a_1; a_2; a_3; …….a_{100} este 2^{4950}. Valoarea sumei:

$1 + a_1 + a_2 + ... + a_{100}$ este :

a) 2^{99}; *b)* 2^{100}; *c)* 2^{101}; *d)* 2^{102}; *e)* 2^{103}.

5. Punctele distincte A; B; C; D sunt coliniare şi au proprietatea că : $\frac{CA}{CB} = \frac{2}{5} = \frac{DA}{DB}$.

Ştiind că AB = 42 cm, punctul C este interior segmentului AB, punctul M este mijlocul segmentului CD, atunci valoarea raportului $\frac{MA}{MB}$ este :

a) 0,24; *b) 0,16;* *c) 1,42;* *d)* $\frac{13}{25}$; *e)* $\frac{12}{37}$.

6. Se consideră unghiurile ABC şi ABD astfel încât $m(\prec ABC) - m(\prec ABD) = 90^0$, iar semidreapta BD este interioară unghiului ABC. Măsura unghiului format de bisectoarele acestor două unghiuri este :

a) 45°; *b) 60°;* *c) 30°;* *d) 15°;* *e) 20°.*

7. Se stie că a; b; c sunt lungimile laturilor unui triunghi, exprimate prin numere prime şi perimetrul său este 2p, a < b , a < c . Atunci triunghiul este :

a) scalen; *b) dreptunghic;* *c) isoscel;* *d) echilateral;* *e) nu există.*

8. Dacă $a,b,c \in Z^*$ şi $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$, atunci valoarea raportului :

$$\frac{(a+b)\cdot(b+c)\cdot(c+a)\cdot(8^{100} - 7\cdot 8^{99} - 7\cdot 8^{98} - ...... - 7\cdot 8)}{a\cdot b\cdot c}$$ este :

a) 64; *b) 49;* *c) 25;* *d) 16;* *e) 81.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. a) Demonstrează că :

$2222^{5555} + 5555^{2222}$ este divizibil cu 7.

b) Determinaţi numarul $x = \overline{abcddc}$ scris în baza 10, ştiind că $\overline{cddc} = \overline{cc}\cdot\overline{cbc}$ şi există numerele naturale „m” şi „n” nenule şi diferite de 1, astfel încât $\overline{ddc}$ se divide cu 3^m iar $\overline{abc}$ se divide cu 3^n . Arătaţi că x este pătrat şi cub perfect.

10. În triunghiul ABC dreptunghic, $m(\hat{A}) = 90^0$ se duce înălţimea AD, $D \in BC$ şi se consideră $F \in (AD)$. Perpendiculara în F pe FC intersectează pe AB în M. Paralela prin A la FM intersectează BC în N. Demonstraţi că :

a) $NF \parallel AM$

b) $[FM] \equiv [AN]$

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA A VII - A

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Care dintre următoarele numere are un număr impar de divizori?

a) 29 388; *b) 54 737;* *c) 27 889;* *d) 27 893;* *e) 24 382.*

2. Fie ABCD un trapez cu AB şi CD paralele, AB = BC = 2a, DC = a, AD = $a\sqrt{3}$, $AC \cap BD = \{O\}$. Atunci distanţa de la punctul O la dreapta BC este:

a) $\frac{a}{2}$; *b)* $a\sqrt{3}$; *c)* $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; *d)* $\frac{a}{3}$; *e) 2a.*

3. Fie $n \in N$ şi mulţimea $A_n = \{ \sqrt{5k+1} / k \in N, k \le n \}$. Cardinalul mulţimii $A_{2006} \cap \mathbf{Q}$ este:

a) 19; *b) 20;* *c) 39;* *d) 40;* *e) 41.*

4. Numerele x şi y pozitive, nenule, verifică relaţia x + y = 3xy. Atunci valoarea maximă a expresiei $(2x)^{-1} + (2y)^{-1} + (xy)^{-1}$ este:

a) $\frac{11}{2}$; *b)* $\frac{13}{7}$; *c)* $\frac{15}{4}$; *d)* $\frac{8}{3}$; *e)* $\frac{7}{2}$.

5. Dacă $\sqrt{x-25} + \sqrt{y^2 - 10y + x} = \sqrt{25-x} + 4$, atunci minimul sumei numerelor x şi y care verifică ecuaţia dată este:

a) 60; *b) 34;* *c) 26;* *d) 35;* *e) alt răspuns.*

6. Fie $x = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}+3+\sqrt{15}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$. Cel mai mare număr întreg mai mic decât x este:

a) 1; *b) 2;* *c) 3;* *d) 4;* *e) 5.*

7. În triunghiul ABC se consideră bisectoarea BD a unghiului $\hat{B}$, D $\in$(AC). Prin D se duce paralela DE la dreapta AB, E $\in$ (BC) şi prin E paralela EF la BD, F $\in$ (AC). Dacă AB = 20, BC = 30 şi AD + FC = 19, atunci lungimea laturii Ac este.

a) 19; *b) 20;* *c) 10;* *d) 30;* *e) 25.*

8. Într-un triunghi dreptunghic, suma pătratelor medianelor corespunzătoare catetelor este egală cu de k ori pătratul medianei corespunzătoare ipotenuzei. Atunci valoarea lui k este:

a) 2; *b) 3;* *c) 4;* *d) 5;* *e) 6.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. a) Fie a, b, c numere raţionale, strict pozitive, cu a + c $\neq$ b şi $\sqrt{a} = \sqrt{b} + \sqrt{c}$. Atunci $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$ sunt proporţionale cu numere raţionale.

b) Să se demonstreze că $\frac{1}{10\sqrt{2}} < \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot .... \cdot \frac{99}{100} < \frac{1}{10}$.

10. În triunghiul ABC, m($\widehat{ABC}$) = 2m($\widehat{ACB}$) şi AD$\perp$BC (D$\in$BC). Punctele E şi C sunt situate de o parte şi de alta a dreptei AB astfel încât BE$\perp$AE şi $\widehat{EAB} \equiv \widehat{ACB}$. Bisectoarea unghiului $\widehat{AED}$ intersectează dreapta AC în M.

a) Stabiliţi natura patrulaterului MCDE;

b) Demonstraţi că perimetrul patrulaterului MCDE este egal cu perimetrul triunghiului ABC.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA A VIII - A

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Fie numerele reale a_1, a_2, ..., a_{2006} care verifică relaţia $a_1(2 - a_1) + a_2(2 - a_2) + ... + a_{2006}(2 - a_{2006}) = 2006$. Atunci numărul $\sqrt{(1+a_1)(1+a_2).....(1+a_{2006})}$ este egal cu:

a) 0; *b) 1;* *c) 3^{1002};* *d)2^{1003};* *e) 4^{1001}.*

2. Numerele x şi y pozitive nenule verifică relaţia $x + \frac{x}{y} + y + \frac{y}{x} = 20$. Atunci:

a) xy < 81; *b) xy > 81;* *c) xy ≤ 81;* *d) xy ≥ 81;* *e) xy = 81.*

3. Dimensiunile unui paralelipiped dreptunghic, cu diagonala d = 13 cm, verifică relaţia 3a + 4b + 12c = 169. Atunci volumul paralelipipedului este:

a) 144 cm^3; *b) 156 cm^3;* *c) 234 cm^3;* *d) 121 cm^3;* *e) alt răspuns.*

4. Fie ABCD un trapez cu bazele AB şi DC, AB = BC = 2a, AD = $a\sqrt{3}$, AC $\cap$ BD = {O}. În punctul O se ridică perpendiculara pe planul trapezului OM = a. Atunci distanţa de la punctul M la dreapta BC este:

a) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; *b)* $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$; *c)* $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$; *d)* $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; *e)* $a\sqrt{3}$.

5. . Fie n $\in$ N şi mulţimea $A_n = \left\{ \sqrt{5k+1} \,/\, k \in N,\ k \le n \right\}$. Cardinalul mulţimii $A_{2006} \cap (\mathbf{R} \setminus \mathbf{Q})$ este:

a) 1 977; *b) 1 967;* *c) 2 006;* *d) 2 007;* *e) 1 968.*

6. Fie f: R → R, $F(x) = (-1)^{\left[\frac{x}{2006}\right]}$. Cel mai mic număr “a” strict pozitiv pentru care f(x + a) = f(x) pentru orice x real este:

a) 1 003; *b) 2 006;* *c) 3 009;* *d) 4 012;* *e) alt răspuns.*

7. Fie triunghiul ABC cu AB = 2a, AC = 3a, $m(\widehat{BAC}) = 60°$, având latura BC inclusă într-un plan α. Dacă planul triunchiului ABC face cu planul α un unghi al cărui cosinus este $\frac{\sqrt{2}}{3}$, atunci distanţa de la punctul A la planul α este:

a) $a\sqrt{3}$; *b)* $a\sqrt{6}$; *c)* $\frac{a\sqrt{6}}{3}$; *d)* $\frac{a\sqrt{2}}{3}$; *e) alt răspuns.*

8. În interiorul unui tetraedru regulat cu muchia de lungime egală cu $6\sqrt{6}$ se consideră un punct M astfel încât distanţele sale la trei dintre feţele tetraedrului sunt egale, respectiv, cu 2, 3, 4. Atunci distanţa de la punctul M la cea de-a patra faţă a tetraedrului este.

a) 5; *b) 3;* *c) 4;* *d) 6;* *e) alt răspuns.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. Fie a, b, c $\in$ R^* distincte două câte două astfel încât $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}$.

Demonstraţi că $|a \cdot b \cdot c| = 1$.

10. Fie cubul ABCDA'B'C'D' cu AB = a şi punctele E, F, G situate pe muchiile (AB), (CC') respectiv (A'D'). Dacă P este perimetrul poligonului obţinut prin intersecţia planului (EFG) cu muchiile şi feţele cubului, atunci demonstraţi că:

a) $3a\sqrt{2} \leq P < 6a$;

b) Determinaţi poziţiile punctelor E, F, G astfel încât $P = 3a\sqrt{2}$.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.