CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

GRIGORE MOISIL

EDIŢIA a III - a, 31 martie 2007

SUBIECTE PENTRU CLASA a III - a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Calculaţi: 96 + [16 · 3 + 63 : 7 - (54 - 45)] : 8 =

a) 200; *b) 102;* *c) 90;* *d) 120;* *e) 80.*

2. Valoarea lui "x" este: 20 + [(18 : x + 3) · 3 - 7] · 4= 100

a) 10; *b) 8;* *c) 3;* *d) 4;* *e) 9.*

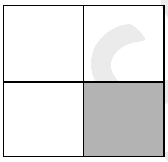
3. Cel mai mare număr dintre trei numere naturale consecutive pare care corespund cerinţei că ultimul număr este egal cu suma primelor două este:

a) 10; *b) 18;* *c) 6;* *d) 12;* *e) 10.*

4. Suma a nouă numere naturale consecutive este 63. Care este cel mai mare număr?

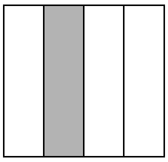
a) 11; *b) 10;* *c) 12;* *d) 14;* *e) 9.*

5. Care din figurile haşurate are suprafaţa mai mare? (Ai observat că toate pătratele sunt egale?)

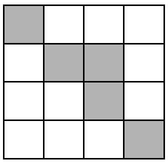


a)

b)



c)



d)

6. Bunica a avut la masă 12 invitaţi şi a încercat să taie cozonacul făcând 12 porţii egale cu cat mai puţine tăieturi. Care este numărul minim de tăieturi pe care l-a făcut bunica în cozonacul care privit de sus avea forma unui dreptunghi?

a) 4; *b) 6;* *c) 8;* *d) 5;* *e) 2.*

7. Un coş este plin cu ouă de Paşte: 15 ouă roşii, 6 ouă galbene şi 8 ouă verzi. În casă este întuneric, iar tu vrei să duci prietenului cel puţin un ou roşu. Câte ouă trebuie sa iei din coş?

a) 15 ouă; *b) 29 ouă;* *c) 10 ouă;* *d) 8 ouă;* *e) 20 ouă.*

8. Zmeul pleacă de la palat până în pădure ca *vântu/* şi se întoarce ca *qându/* şi face 10 minute. Dacă ar merge dus-intors ca *vântu/* ar face 14 minute. Câte minute ar face dus - întors, dacă ar merge ca *gândul?*

a) 4 minute; *b) 6 minute;* *c) 10 minute;* *d) 3 minute;* *e) 8 minute.*

Rezolvati integral pe foaia de concurs:

9. Diferenţa a două numere naturale este 17. Dacă împărţim numerele obţinem câtul 4 şi restul 2. Care sunt numerele?

10. Iepuroaica pentru masa de Paşti cumpără de la ursul grădinar 7 salate, 9 morcovi şi 3 verze.

- O varză costă cât 6 morcovi, iar 3 morcovi cât o salată, îi spune ursul.
- Eu îţi dau pe o varza, o salată şi 3 morcovi 12 lei.
- Este bine!

Calculaţi câţi lei a plătit iepuroaica pentru toate legumele cumpărate!

NOTĂ:

Subiectele 1-8 corect rezolvate se punctează cu câte 10 puncte. Subiectele 9 şi 10 corect rezolvate se punctează cu câte 10 de puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a IV - a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1.Valoarea lui n din 180 : n · n : n : n = 5 este:

a) 5; *b) 6;* *c) 18;* *d) 36;* *e)9.*

2. Dacă 6a = $\overline{3a}$, atunci a este egal cu:

a) 2; *b) 4;* *c) 3;* *d) 6;* *e) 5.*

3. În şirul numerelor naturale 17, a, 8, b, c, în care suma oricăror trei termeni consecutivi este aceeaşi, diferenţa dintre a şi c este:

a) 0; *b) 1;* *c) 2;* *d) 3;* *e) 4.*

4. Diferenţa dintre suma şi produsul cifrelor este:

a) 362 853; *b) 0;* *c) 55;* *d) 45;* *e) 362 880.*

5. Care este numărul minim de cântăriri efectuate cu o balanţă prin care putem determina cu certitudine care este singura bilă mai uşoară din 9 bile, celelalte 8 având greutăţi egale?

a) 3; *b) 2;* *c) 18;* *d) 9;* *e) 36.*

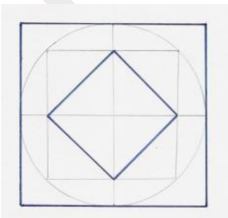
6. Dacă ai citit dintr-o carte $\frac{1}{2}$ din numărul de pagini şi încă 20 de pagini şi mai ai de citit $\frac{1}{3}$ din numărul total de pagini, atunci numărul paginilor cărţii este:

a) 30; *b) 40;* *c) 60;* *d) 100;* *e) 120.*

7. Dacă în urmă cu 10 ani mama avea de 9 ori vârsta fiicei, iar peste 2 ani vârsta fiicei va fi de 3 ori mai mică decât a mamei, atunci suma vârstelor mamei şi fiicei este în prezent:

a) 30; *b) 40;* *c) 50;* *d) 60;* *e) 70.*

8. Dacă lungimea laturii celui mai mare pătrat este egală cu 12, atunci suma lungimilor laturilor celui mai mic pătrat este:



a) 6; *b) 12;* *c) 24;* *d) 48;* *e) 36.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. a) Ştiind că a + b = 20 şi b + c = 12, calculaţi 7a + 12b + 5c.

b) Găsiţi numerele naturale $\overline{abc}$ pentru care $\overline{abc} + \overline{bc} + c = 332$.

c) Dacă a · b = 18, iar c · a = 10, calculaţi a · (b + c) : 7 şi a · (b – c) : 8.

10. Într-o tabără sunt copii de 8, 9, 10 şi 11 ani. $\frac{3}{7}$ din numărul copiilor au 8 ani, o pătrime din rest au 9 ani, $\frac{1}{6}$ din noul rest au 10 ani. Numărul copiilor de 10 ani este cu 128 mai mic decât numărul copiilor de 11 ani. Câţi copii sunt în tabără?

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a V - a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Cel mai mare număr natural cu care se poate simplifica numărul $\frac{3n+7}{7n-4}, n \in N^*$.este :

a) 32; *b) 44;* *c) 49;* *d) 61;* *e) 73.*

2. Dacă x, y $\in$N şi 4x + 5y = 70, valoarea maximă a sumei x + y este :

a) 5; *b) 8;* *c) 12;* *d) 17;* *e) 23.*

3. Ştiind că numărul natural “n” dă la împărţirea prin 27 restul 12, iar împărţit la 49 dă restul 14, atunci restul împărţirii numărului “n” la 21 este :

a) 11; *b) 8;* *c)0;* *d) 17;* *e) 1.*

4. Care este numărul divizorilor al mediei aritmetice a primelor 2007 numere naturale impare?

a) 2007; *b) 9;* *c) 223;* *d) 3;* *e) 6.*

5. Suma cifrelor numărului $2^{2006} \cdot 5^{2007} - 2007$ este :

a) 18036; *b) 18042;* *c) 18050;* *d) 19001;* *e) 18057.*

6. Cel mai mare număr natural n cu proprietatea că : $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot .... \cdot 2007}{10^n} \in N$ este :

a) 497; *b) 499;* *c) 500;* *d) 503;* *e) 496.*

7. Stabiliţi dacă fracţia : $\frac{1+2^0+2^1+2^2+.....+2^{1508}}{1+2\cdot 3^0+2\cdot 3^1+2\cdot 3^2+....+2\cdot 3^{1005}}$ este :

a)	b)	c)	d)	e)
subunitară;	*echiunitară;*	*supraunitară;*	*simplificabilă prin 7;*	*simplificabilă prin 25.*

8. Fie mulţimile : A= $\{x \in N \mid 2^{2005} < x \leq 2^{2007}\}$

B= $\{x \in N^* \mid x < 2^{2006}\}$.

Dacă notăm cu "a" numărul elementelor mulţimii A şi cu "b" numărul elementelor mulţimii B, atunci are loc relaţia :

a) a > b; *b) a = b;* *c) a < b;* *d) 2a = b;* *e) 2b = a.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. Determinaţi cifrele a, b, c ale sistemului zecimal şi numerele naturale n şi p ştiind că $\overline{ab} = n^3$,

$\overline{bac} = p^3$, iar $\overline{ab}$, $\overline{bac}$ sunt simultan multiplii de 9.

10. Se consideră numerele :

$a = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + 2007^2$

$b = 2007 \cdot 2006 + 2005 \cdot 2004 + \ldots + 3 \cdot 2$.

Să se arate că numai unul dintre numerele a + b şi a – b este pătrat perfect.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a VI - a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Numărul natural x soluţie a ecuaţiei : $11x^2 = 1+2-3+4+5-6+7+8-9+ \ldots +97+98-99$ este:

a)24; *b)96;* *c)18;* *d)12;* *e)36.*

2. Valoarea naturală a lui n pentru care egalitatea: $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1998}{2004}$

este adevărată, este:

a)2004; *b)2000;* *c)333;* *d)334;* *e)1998.*

3. Dacă cifrele numărului $\overline{abc}$ satisfac relaţia: $\frac{2a+b}{5} = \frac{3b+c}{6} = \frac{3c+2a}{9}$, atunci numărul $\overline{abc}$ este divizibil cu:

a)3; *b)9;* *c)5;* *d)4;* *e)11.*

4. Stiind că raportul între suplementul complementului unui unghi şi suplementul acestui unghi este $\frac{2}{3}$, atunci măsura unghiului este :

a)36°; *b)18°;* *c)40°;* *d)30°;* *e)60°.*

5. Dacă a = $2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{2007}$ şi b = $[(8^8)^3 : (4^5)^7] \cdot (32^2 : 2^{3^2})^3$ atunci valoarea naturală a lui n din proporţia: $\frac{a+1}{8^n} = \frac{2^{n+1}}{b}$ este:

a)1004; *b)503;* *c)504;* *d)2004;* *e)2005.*

6. Fie triunghiul ABC isoscel [AB]$\equiv$[AC] şi *m(*$\angle$*A)* = 40°. Fie punctele E$\in$(AB) şi F$\in$(AC) astfel incat *m(*$\angle$*ABF)* = 15° şi *m*($\angle$ACE) = 30°, atunci *m*($\angle$AFE) este :

a)105°; *b)95°;* *c)100°;* *d)120°;* *e) 110°.*

7. În triunghiul ABC, *m(*$\angle$*B)=45°*. Daca [CD este bisectoarea unghiului ACB, D$\in$ (AB) şi CE $\perp$ AB astfel incat [AE] $\equiv$ [ED], iar AM $\perp$ BC, M$\in$ (BC) şi AM$\cap$CE = {N} atunci *m(*$\angle$*ANB)* este:

a)100°; *b)115° ;* *c)90°;* *d)120°;* *e)110°.*

8. La un cerc de matematică profesorul împarte 6n + 26 probleme la un număr de 2n + 3 elevi. Stiind ca numarul elevilor prezenţi este mai mare decât 14 atunci numărul elevilor participanţi la cerc este :

a) 27; *b) 31;* *c)19;* *d)17;* *e)23.*

Rezolvati integral pe foaia de concurs:

9. Un număr $\overline{abcd}$ se poate scrie ca sumă a 13 numere naturale consecutive sau ca sumă a 23 de numere naturale consecutive, sau ca sumă a 29 de numere naturale consecutive. Demonstraţi că numărul $\overline{dcba}$ se poate scrie ca sumă a 13 numere naturale consecutive sau ca sumă a 17 numere naturale consecutive.

10. Se considera triunghiul isoscel ABC, cu [AB] $\equiv$ [AC] şi *m(*$\angle$*A)* = 30°. Fie D$\in$ (AC) astfel încât *m(*$\angle$*CBD)* = 30° şi F $\in$ (AC), astfel încât [AF] $\equiv$ [DF].

a) Dacă DM $\perp$AB stabiliţi natura triunghiului DMF.

b) Arătaţi ca [BD este bisectoarea unghiului CBF.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a VII - a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Fie a, b $\in (0;+\infty)$, a$\neq$ b şi $x=\frac{a+b}{2}$; $y=\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$; $z=\sqrt{ab}$.

   Ordinea descrescătoare a numerelor x; y; z este :

   a) x; y; z; *b) y; x; z;* *c) y; z; x;* *d) x; z; y;* *e) z; x; y.*

2. Nici un număr de forma $\underbrace{11....1}_{n.cifre}$, n $\geq$ 2 nu este :

a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*
divizibil cu 3;	*natural;*	*mai mic decât 10^n;*	*divizibil cu 37;*	*pătratul unui număr întreg.*

3. Intr-un triunghi dreptunghic ipotenuza este a = 8, iar raza cercului înscris este r = 1. Dacă b, c sunt catetele triunghiului atunci $E=\frac{b}{c}+\frac{c}{b}$ este :

   a) $\frac{34}{9}$; *b)* $\frac{32}{9}$; *c)* $\frac{35}{9}$; *d)* $\frac{10}{3}$; *e)* $\frac{11}{3}$.

4. Fie $A=\left\{\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+........+\frac{1}{\sqrt{n^2+4n+3}+\sqrt{n^2+4n+4}}\middle| n\in N\right\}$.

Atunci :

a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*
$A\subset R\setminus Q$;	$A\subset\{2m+1 \mid m\in N^*\}$;	$A\subset Z\setminus N$;	$A\subset\{2m \mid m\in N\}$;	$A=N^*$.

5. Pentru a, b, c > 0, $\sqrt{abc}$ >2, valoarea expresiei $E=\frac{1}{\sqrt{abc}-2}\cdot\sqrt{\frac{abc+4}{a}-4\sqrt{\frac{bc}{a}}}$

   este :

a) $\frac{2\sqrt{a}}{a}$; *b)* $-\frac{2\sqrt{a}}{a}$; *c)* $-\sqrt{a}^{-1}$; *d)* $\frac{\sqrt{a}}{a}$; *e) 1.*

6. Numărul soluţiilor întregi ale ecuaţiei : $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{2}$ unde $p \neq q$ şi $p \in Z^*, q \in Z^*$

   este :

   a) 5; *b) 3;* *c) 4;* *d) 6;* *e)8.*

7. Pe latura AD a paralelogramului ABCD se consideră punctul E astfel încât $AE = \frac{1}{2007} \cdot AD$. Fie F punctul de intersecţie al dreptei BE cu diagonala AC. Valoarea raportului $\frac{AF}{AC}$ este:

   a) $\frac{1}{2006}$; *b)* $\frac{1}{2007}$; *c)* $\frac{1}{2008}$; *d)* $\frac{1}{2009}$; *e) 2007.*

8. Dacă în pătratul ABCD, M $\in$ (AD), AB = a şi distanţa de la punctul B la MC este egală cu $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$, atunci lungimea segmentului DM este :

   a) $\frac{3a}{4}$; *b)* $\frac{2a}{3}$; *c)* $\frac{a}{3}$; *d)* $\frac{a}{4}$; *e)* $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. Fie $n \in N^*, a_n = \sqrt{n(n+1)}$ şi $A_n = \frac{\sqrt{1\cdot 2}+\sqrt{2\cdot 3}+\sqrt{3\cdot 4}+.......+\sqrt{n(n+1)}}{n}$.
   a) Arătaţi că prima zecimală a numărului a_n este 4;
   b) Care este prima zecimală a numărului A_n ? Justificaţi.

10. În patrulaterul ABCD, punctele M, N, P şi Q sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD, respectiv DA. Dacă : $S_{[AMPD]} \cdot S_{[MBCP]} = S_{[ABNQ]} \cdot S_{[NQDC]} = \frac{1}{4}(S_{[ABCD]})^2$ demostraţi că patrulaterul ABCD este paralelogram.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a VIII - a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 8:

1. Valorile raţionale ale lui x pentru care $\sqrt{2}\cdot\dfrac{x^2-x-2}{x^2-2}$ este număr raţional sunt :

a) {1 ; -2}; *b) {2 ; -1};* *c) {-1};* *d) { 2};* *e) { -1; 0; 1}.*

2. Minimul expresiei : E (x; y) = 4 x ^{2} + 12xy + 10y ^{2} – 20x – 32y + 33, x, y $\in$ R este :

a) 3; *b) 4;* *c) 5;* *d) 6;* *e) 7.*

3. Dacă x, y, z $\in$ R, atunci valoarea lui z care verifică simultan relaţiile : $\begin{cases} x^2+y^2=z \\ z=x+y-\dfrac{1}{2} \end{cases}$ este :

a) $z=\dfrac{3}{2}$*;* *b) z = 3;* *c) z = 5;* *d) z = 1;* *e) z =* $\dfrac{1}{2}$.

4. Intr-un tetraedru regulat de muchie l, distanţa dintre mijloacele a două muchii opuse este :

a) $\dfrac{l\sqrt{3}}{3}$*;* *b)* $\dfrac{l\sqrt{2}}{2}$*;* *c)* $\dfrac{l}{3}$*;* *d)* $l\sqrt{3}$*;* *e)* $\dfrac{l}{2}$.

5. Soluţia naturală a ecuaţiei : $x^m-1=2^0+2^1+.....+2^{32}$ pentru $m=\sqrt{33}\cdot\sqrt{6+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{3}}}$ este :

a) x = 4; *b) x = 2;* *c) x = 1;* *d) x = 3;* *e) x = 5.*

6. Numărul de soluţii întregi ale ecuaţiei : $x^2-xy-2y-2=0$ este :

a) 4; *b) 0;* *c) 2;* *d) 1;* *e)3.*

7. In cubul ABCDA’B’C’D’ de latură “a”, distanţa de la centrul feţei ABB’A’ la diagonala AC’ este :

a) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$*;* *b)* $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$*;* *c)* $\dfrac{2a}{3}$*;* *d)* $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$*;* *e)* $\dfrac{3a}{5}$.

8. Fie triunghiul ABC dreptunghic cu m (Â) = 90^0, având vârful C în planul α, iar vârfurile A şi B de aceeaşi parte a planului α . Dacă $AB=a\sqrt{2}$, $AC=a\sqrt{3}$, iar distanţele de la punctele A şi B la planul α sunt “a” şi respectiv “2a”, atunci cosinusul unghiului diedru format de planele α şi (ABC), este :

a) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$*;* *b)* $\dfrac{1}{3}$*;* *c)* $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$*;* *d)* $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$*;* *e)* $\dfrac{1}{6}$.

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

9. a) Găsiţi o pereche de numere naturale (x; y) pentru care $x^2 - 2y^2 = 2007$;
b) Arătaţi că pentru a, b, x, y numere reale avem :
$\left(x^2 - 2y^2\right)\left(a^2 - 2b^2\right) = (ax + 2by)^2 - 2(ay + bx)^2$.
c) Arătaţi că există o infinitate de perechi de numere naturale (x, y) pentru care $x^2 - 2y^2 = 2007$

10. Fie ABCD un pătrat, având AB = a, AC ∩ BD = {O}, VO ⊥ (ABCD). VO = b (a >0, b>0). Aflaţi lungimea minimă a perpendicularei comune dintre dreptele VA şi BC.

NOTĂ:

Fiecare subiect rezolvat corect se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru: 120 minute.