CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

GRIGORE MOISIL

EDIŢIA a IV - a, 12 APRILIE 2008

SUBIECTE PENTRU CLASA a III - a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 6:

1. Suma numerelor care împărţite la 6 dau câtul 2 este:

a) 12; *b) 87;* *c) 66;* *d) 100.*

2. Un ceasornic arată acum ora 12 şi 34 de minute. Până poimâine la ora 17, ceasornicul va arăta ora exactă de:

a) de 48 de ori; *b) de 54 de ori;* *c) de 52 de ori;* *d) de 53 de ori.*

3. Dacă 3x + 2y = 32 şi 2x + 3y = 23, atunci suma dintre x şi y este:

a) 5; *b) 55;* *c) 11;* *d) 10.*

4. Trei pisici pot prinde trei şoareci în trei minute. Şaizeci de pisici pot prinde şaizeci de şoareci în:

a) 180 minute; *b) 3 minute;* *c) 60 minute;* *d) 30 minute.*

5. Însumând jumătatea numărului 198 cu sfertul numărului 404 obţinem un număr care întrece cu 2 triplul numărului x. Atunci jumătatea lui x este:

a) 198; *b) 33;* *c) 66;* *d) 99.*

6. Dacă b + 8 = a, b – c = 10 – 4 × 0 + 12 : 3 – 2 : 2 – 3 × 3 : 3 × 3 : 3 – 4, d – c = 19, 70 – e = d, iar e este un număr $\overline{xy}$ cu suma cifrelor 5, cifra zecilor fiind mai mare cu 1 decât cifra unităţilor, atunci a este :

a) 33; *b) 19;* *c) 32;* *d) 38.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

7. a) Un elev cumpără un caiet, un creion şi o carte pentru care plăteşte 39 de lei. Cât a plătit pentru fiecare în parte, dacă un caiet costă cât două creioane, iar două cărţi costă cât zece caiete?

b) Să se calculeze suma:

$1\cdot1 + 1\cdot2 + 1\cdot3 + 1\cdot4 + 1\cdot5 + 2\cdot1 + 2\cdot2 + ... + 2\cdot5 + 3\cdot1 + ... + 3\cdot5 + ... + 5\cdot4 + 5\cdot5 =$

8. a) Se consideră cinci numere naturale (a, b, c, d, e) cu următoarele proprietăţi:

- suma primelor două numere este egală cu suma ultimelor trei numere;
- ultimele trei numere sunt consecutive şi crescătoare;
- numărul al doilea este dublul primului număr.

Să se arate că unul din primele două numere este egal cu unul din ultimele trei numere.

b) Dacă suma numerelor al treilea şi al patrulea este cu 9 mai mare decât numărul al cincilea, să se afle valoarea fiecăruia dintre cele cinci numere.

NOTĂ:

Subiectele 1-6 corect rezolvate se punctează cu câte 10 puncte. Subiectele 7 şi 8 corect rezolvate se punctează cu câte 20 de puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a IV-a

Rezolvaţi şi alegeţi varianta de răspuns corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri pentru problemele 1 – 6:

1. Suma numerelor consecutive impare de la 0 la 100 este:

a) 40 × 50; *b) 50 × 50;* *c) 20 × 250;* *d) 30 × 50.*

2. Anul naşterii poetului Mihai Eminescu este MDCCCL. Ştiind că poetul a trăit 39 de ani, anul trecerii spre stele este:

a)	*b)*	*c)*	*d)*
MDCCCLXXX;	*MDCCCLXXXIX;*	*MDCCCXXXIX;*	*MM.*

3. $(x : x + x \times x - x : x) \times 5 = 5$

a) x = 1; *b) x = 0;* *c) x = 4;* *d) x = 5.*

4. Dacă a < b, ordinea crescătoare corectă a numerelor este:

a) $\overline{aabb} < \overline{baba} < \overline{abab} < \overline{bbaa}$;

b) $\overline{aabb} < \overline{abab} < \overline{baba} < \overline{bbaa}$;

c) $\overline{aabb} < \overline{baba} < \overline{bbaa} < \overline{abab}$;

d) $\overline{abab} < \overline{aabb} < \overline{baba} < \overline{bbaa}$.

5. Suma a două numere naturale este 224. Prin împărţirea numerelor se obţine câtul 5 şi restul 14. Diferenţa numerelor este:

a) 130; *b) 145;* *c) 154;* *d) 160.*

6. Numărul care are suma dintre treimea şi sfertul său întrece cu 50 doimea sa este:

a) 300; *b) 450;* *c) 500;* *d) 600.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs:

7. În anul 2000, mama şi fiica aveau împreună 31 de ani. În anul 2025, vârsta mamei va fi dublul vârstei fiicei. Câţi ani au acum (în 2008) mama, respectiv fiica?

8. Un elev citeşte o carte în patru zile, după cum urmează: în prima zi citeşte o treime din numărul total de pagini, a doua zi o pătrime din noul rest şi încă 6 pagini, a treia şi o doime din noul rest şi încă 8 pagini, iar a patra zi restul de 40 de pagini. Câte pagini a citit în fiecare zi şi câte pagini are cartea?

NOTĂ:

Subiectele 1-6 corect rezolvate se punctează cu câte 10 puncte. Subiectele 7 şi 8 corect rezolvate se punctează cu câte 20 de puncte.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a V – a

La problemele 1 – 6 rezolvaţi şi alegeţi varianta corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri.

1. Fie numărul natural $N = (5^{2007} + 5^{2008}) \cdot (2^{2008} + 2^{2009})$. Câte cifre are numărul N în scrierea zecimală ?

a) 2006; *b) 2007;* *c) 2008;* *d) 2009.*

2. Se ştie că numărul „a“ este restul împărţirii numărului $1+2+2^2+\ldots\ldots\ldots+2^{2008}$ la 15, iar numărul „b“ este prim şi verifică egalitatea: $b^n-4=3\cdot(4+4^2+\ldots\ldots\ldots+4^{2008}),\ n\in\mathbb{N}^*$ Atunci valoarea numărului „b^a“ este :

a) 1; *b) 0;* *c) 2;* *d) 4.*

3. Fie $\overline{abcd}$ un număr natural scris în baza 10. Dacă suma primelor trei cifre este maxim 9, iar suma ultimelor trei cifre ale sale este cel puţin 17, să se afle media aritmetică dintre cel mai mare şi cel mai mic număr ce îndeplineşte aceste condiţii.

a) 1239; *b) 1349;* *c) 1449;* *d) 1459.*

4. Se ştie că :

$\frac{1}{1+a_1}+\frac{1}{1+a_2}+\frac{1}{1+a_3}+\ \ldots\ldots\ldots\ldots+\frac{1}{1+a_{2008}}=1004$, atunci suma

$\frac{a_1}{1+a_1}+\frac{a_2}{1+a_2}+\frac{a_3}{1+a_3}+\ \ldots\ldots\ldots+\frac{a_{2008}}{1+a_{20008}}$ este egală cu :

a) 2008; *b) 1004;* *c) 502;* *d) 251.*

5. Dacă a, b, c sunt cifre consecutive care verifică egalitatea :
$\overline{ab,(c)}+\overline{bc,(a)}+\overline{ca,(b)}=100$, atunci $(c-b+a)^{2008}$ este :

a) 0; *b)* 9^{1004}*;* *c)* 5^{2008}*;* *d) 1.*

6. Dacă $n=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\ldots\cdot2008}{3^x\cdot5^y\cdot7^z}$, atunci valoarea numărului y + z – x , astfel încât numărul „n“ să fie cel mai mic număr natural posibil este:

a) 426; *b) 526;* *c) 416;* *d) alt răspuns.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs :

7. a) Arătaţi că $2^{147}-1$ este divizibil cu 7

b) Din şirul $\frac{1}{1\cdot 2}$; $\frac{1}{2\cdot 3}$; $\frac{1}{3\cdot 4}$; …;$\frac{1}{(n-1)\cdot n}$; … , să se determine grupul de termeni consecutivi a căror sumă este $\frac{1}{5}$.

8. Fie mulţimea A formată din numere naturale pare consecutive şi mulţimea B formată din resturile obţinute la împărţirea prin 7 a tuturor elementelor mulţimii A. Stiind că suma elementelor mulţimii B este 2310, aflaţi câte elemente are mulţimea A.

NOTĂ:

Subiectele de la 1 la 6 se notează cu câte 10 puncte fiecare, iar subiectele 7, 8 cu câte 20 de puncte fiecare.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a VI – a

La problemele 1 – 6 rezolvaţi şi alegeţi varianta corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri.

1. Suma cifrelor numărului :

$n=9+99+999+\dots\dots\dots+\underbrace{999\dots\dots9}_{de\ 2008\ ori}-2009$, este :

a) 1003; *b) 2023;* *c) 3013;* *d) 2008.*

2. Să se determine probabilitatea, ca alegând un număr $\overline{abc}$ din mulţimea numerelor de trei cifre, scrise în baza 10, să avem $a<b<c$.

a) 0,13(5); *b) 0,09(3);* *c) 0,(2);* *d) 0,25(3).*

3. Fie unghiurile $\sphericalangle AOB$; $\sphericalangle BOC$ şi $\sphericalangle COD$, adiacente două câte două în această ordine. Ştiind că punctele A, O, D sunt coliniare, iar $m(\sphericalangle AOB)$ şi $m(\sphericalangle BOC)$ sunt direct proporţionale cu numerele a şi b, iar $m(\sphericalangle BOC)$ şi $m(\sphericalangle COD)$sunt

invers proporţionale cu numerele c şi b, unde a, b, c sunt numere prime astfel încât $3a + b + 6c = 51$, atunci unghiul format de bisectoarele unghiurilor $m(\sphericalangle AOB)$ şi $m(\sphericalangle COD)$ este :

a) $112^o 30'$; *b) 90^o;* *c)* $67^o 30'$; *d) 102^o.*

4. Numărul perechilor $(x; y) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$, astfel încât $3 \cdot x + y = |xy|$, unde $|xy|$ reprezintă valoarea absolută a produsului xy, este :

a) 3; *b) 2;* *c) 1;* *d) 6.*

5. Dacă numărul natural „n" are exact 3 divizori, iar produsul divizorilor săi este 343, iar numărul natural „m" are exact 4 divizori, iar produsul divizorilor săi este 1225, atunci suma celor două numere , este :

a) 84; *b) 62;* *c) 56;* *d) 98.*

6. În ΔABC , prin punctul I – centrul cercului înscris în triunghi se construieşte $MN \parallel BC$, unde $M \in (AB)$ şi $N \in (BC)$. Dacă se ştie că MN = 4 cm şi BC = 6 cm , atunci perimetrul patrulaterului MNCB este :

a) 18 cm; *b) 14 cm;* *c) 10 cm;* *d) 12 cm.*

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs :

7. a) Fie a şi b numere naturale , $b \neq 0$, astfel încât : $\frac{a}{b} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots\dots + \frac{1}{99}$. Demonstraţi că a şi b dau acelaşi rest la împărţirea cu 101.

b) Să se determine numerele naturale nenule a şi b care verifică relaţia :

(a ; b) + [a ; b] + 3 = 5a + 2b, unde (a ; b) este cel mai mare divizor comun al numerelor a şi b [a ; b] este cel mai mic multiplu comun al numerelor a şi b.

8. Fie ΔABC în care M este mijlocul segmentului [AC], iar (AD – bisectoarea $\sphericalangle BAC$, $D \in (BC)$. Dacă $BM \cap AD = \{O\}$, $BM \perp AD$, iar N şi P sunt mijloacele laturilor BC, respectiv AB să se arate că :

a) OA este mediatoarea segmentului BM

b) punctele P; O; N sunt coliniare

c) ΔNMO este isoscel.

NOTĂ:

Subiectele de la 1 la 6 se notează cu câte 10 puncte fiecare, iar subiectele 7, 8 cu câte 20 de puncte fiecare.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a VII – a

La problemele 1 – 6 rezolvaţi şi alegeţi varianta corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri.

1. Media geometrică a inverselor numerelor „a” şi „b” care verifică egalitatea :

$\sqrt{4a^2 - 12a + 90} + \sqrt{9b^2 - 12b + 68} = 17$

a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; *b)* $\frac{\sqrt{2}}{2}$; *c) 1;* *d)* $\frac{1}{2}$.

2. Măsura unghiului B al triunghiului ABC este de 45^o . Dacă punctul M aparţine segmentului BC, astfel încât $2 \cdot BM = CM$ şi $m(\sphericalangle MAB) = 15^o$, atunci $m(\sphericalangle ACB)$ este :

a) 72^o; *b)* 60^o; *c)* 75^o; *d)* 56^o.

3. Numerele naturale nenule a; b; c; d au produsul egal cu produsul primelor 6 numere naturale nenule şi îndeplinesc simultan condiţiile :

$a \cdot b + a + b = 524$

$b \cdot c + b + c = 146$

$c \cdot d + c + d = 104$

Care este valoarea numărului $\left(\frac{a-d}{b-c}\right)^{-1}$?

a) $\frac{5}{3}$; *b) 3,5;* *c) 2,(5);* *d)* $\frac{3}{5}$.

4. În dreptunghiul ABCD, M este mijlocul lui DC, iar punctele N şi P aparţin segmentului AB, astfel încât AN = NP = PB. Diagonala AC intersectează MN şi MP în E, respectiv F. Dacă aria dreptunghiului ABCD este 140 cm^2, atunci aria triunghiului MEF este :

a) $\frac{7}{2}$; *b) 6;* *c) 3;* *d)* $\frac{45}{8}$.

5. Fie numărul $p = (x+1)(x^2+5x+6)$ şi mulţimea $A = \{x \in \mathbb{N} | 1000 < x \leq 2008\}$. Se alege la întâmplare un număr din mulţimea A. Probabilitatea ca numărul p să se dividă cu 7, este :

a) $\frac{3}{7}$; *b)* $\frac{157}{1008}$; *c)* $\frac{7}{12}$; *d)* $\frac{143}{1008}$.

6. În triunghiul ABC pe mediana [BD] se ia punctul E, astfel încât $\frac{BE}{ED} = \frac{1}{2}$, $D \in (AC)$, iar $AE \cap BC = \{F\}$. Valoarea raportului $\frac{EF}{AE}$, este :

a) $\frac{1}{3}$; *b)* $\frac{1}{2}$; *c)* $\frac{2}{3}$; *d)* $\frac{1}{5}$.

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs :

7. Se consideră numerele $A = \frac{1}{10\cdot 11^2} + \frac{1}{11\cdot 12^2} + \ldots\ldots + \frac{1}{19\cdot 20^2}$,

$B = \frac{1}{10^2\cdot 11} + \frac{1}{11^2\cdot 12} + \ldots\ldots + \frac{1}{19^2\cdot 20}$.

a) Calculaţi $A + B$.

b) Arataţi că $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{10\cdot 11} - \frac{1}{20\cdot 21}\right) < A < \frac{3}{800} < B < \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9\cdot 10} - \frac{1}{19\cdot 20}\right)$.

8. În triunghiul ABC, cu $\sphericalangle A = 90^o$, punctul M este mijlocul laturii (BC), iar punctul P este situat pe latura (AC) astfel încât $AC = 3 \cdot AP$. Să se arate că paralela prin P la dreapta AB este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BPM$.

NOTĂ:

Subiectele de la 1 la 6 se notează cu câte 10 puncte fiecare, iar subiectele 7, 8 cu câte 20 de puncte fiecare.

Timp de lucru: 120 minute.

SUBIECTE PENTRU CLASA a VIII – a

La problemele 1 – 6 rezolvaţi şi alegeţi varianta corectă, haşurând în căsuţa de răspunsuri.

1. Să se determine funcţia f, ştiind că reprezentările grafice ale funcţiilor f şi g, $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = -2x + 1$ sunt simetrice faţă de dreapta x = 1.

a) $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$; *b)* $f(x) = 2x + 3$; *c)* $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$; *d)* $f(x) = 2x - 3$.

2. Fie un triunghi dreptunghic ABC ale cărui catete b şi c, satisfac relaţia : $\sqrt{2b^2 - 16\sqrt{2}b + 65} + \sqrt{c^2 - 4\sqrt{3}c + 28} = 5$. Dacă punctul M exterior planului (ABC) se află la egală distanţă de vârfurile triunghiului, iar $MO \perp (ABC)$, cu $MO = 2\sqrt{2}$ cm, atunci distanţa de la punctul C la planul (MAB) este :

a) 4; *b)* $2\sqrt{3}$; *c)* $3\sqrt{2}$; *d)* 6.

3. Aflaţi numărul natural „a” , care verifică egalitatea : $[\sqrt{1 \cdot 2}] + [\sqrt{2 \cdot 3}] + \ldots\ldots\ldots + [\sqrt{a(a+1)}] = 276$, unde [x] se notează partea întreagă a numărului x

a) 11; *b)* 23; *c)* 31; *d)* 43.

4. Volumul unui tetraedru regulat în care distanţa dintre două muchii neconcurente este „a”, este :

a) $3a^3$; *b)* $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$; *c)* $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$; *d)* $\frac{a^3}{3}$.

5. Se dau numerele $a = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ şi $b = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ ştiind că : $a - b = x + \sqrt{2} + y(\sqrt{2} + 1)$, atunci valoarea numărului „x^y” este :

a) $\frac{1}{2}$; *b)* $\frac{1}{4}$; *c)* -2; *d)* -4.

6. Numărul paralelipipedelor dreptunghice cu dimensiunile exprimate prin numerele naturale nenule a; b; c şi de diagonală d, care satisfac inegalitatea : $d^2 + 38 \leq 7a + 5b + 9c$

a) 2; *b)* 4; *c)* 6; *d)* 8.

Rezolvaţi integral pe foaia de concurs :

7. Pentru orice număr natural $n \geq 1$, se notează $f(n) = 3n(n+1) + 1$

a) Să se arate că numărul $a = f(1) + f(2) + f(3) + \dots\dots + f(2008)$ se divide cu 2008 ;

b) Arătaţi că oricare ar fi numărul n, suma $S = f(n+1) + f(n+2) + f(n+3) + \dots\dots + f(n+k)$ este divizibilă cu k, pentru orice număr natural $k \geq 1$.

8. Se consideră o piramidă triunghiulară regulată V ABC, în care notăm cu O proiecţia vârfului V pe planul bazei (ABC). Un plan intersectează muchiile VA, VB, VC în punctele M, N, respectiv P şi înălţimea VO în punctul E. Demonstraţi că: $\frac{1}{VM} + \frac{1}{VN} + \frac{1}{VP} = \frac{3\sin\alpha}{VE}$, unde α este unghiul dintre o muchie laterală a piramidei şi planul bazei.

NOTĂ:

Subiectele de la 1 la 6 se notează cu câte 10 puncte fiecare, iar subiectele 7, 8 cu câte 20 de puncte fiecare.

Timp de lucru: 120 minute.