

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROȘAN-TRIDENT ”
“ MEMORIALUL MIRCEA GANGA ”
Ediția a VII-a , Secțiunea A (M₁),
Brăila, 6 - 8.11. 2009

Clasa a V a

1. Determinați cifrele a și b astfel încât $\underbrace{aa\dots a}_{n \text{ ori}}^2 \cdot b = \underbrace{bb\dots b}_{n \text{ ori}}^2$.

D.M. Bătinețu-Giurgiu, București

2. Alegem 61 numere naturale nenule, distincte, a căror sumă este 2044. Arătați că printre aceste numere se găsește cel puțin unul care să reprezinte cubul unui număr natural.

Ilie Andrei, Pitești
Gazeta Matematică nr.4/2009

3. Un număr format cu n cifre, $n \geq 2$, se numește „stabil” dacă adunat cu răsturnatul său dă un număr de $n+1$ cifre egal cu răsturnatul său.
- a) Aflați numerele „ stabile ” de două cifre.
- b) Arătați că există cel puțin un milion de numere „ stabile ” cu 2009 cifre.

Dan Negulescu, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROȘAN-TRIDENT ”
“ MEMORIALUL MIRCEA GANGA ”
Ediția a VII-a , Secțiunea A (M₁),
Brăila, 6 - 8.11. 2009

Clasa a VI - a

1. Aflați cifrele a și b astfel încât $\frac{3^a \cdot 2^b}{a,b} = 64$.

Irina Pârlea, Corabia , Olt
Supliment Gazeta Matematică nr.10/2009

2. Aflați cel mai mare număr natural, mai mic decât 2010, care are exact 14 divizori.

Camelia Vlăduțu, București
Gazeta Matematică nr.10/2009

3. Fie $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC$ unghiuri adiacente și unghiurile $\sphericalangle BOC, \sphericalangle COD$ adiacente , interioarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COD$ fiind disjuncte. Fie (OE bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$, (OG bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$ și (OF bisectoarea unghiului $\sphericalangle COD$. Presupunem că $m(\sphericalangle GOF)$ este media aritmetică a măsurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$. Demonstrați că (OG este bisectoarea unghiului $\sphericalangle EOF$.

Carmen și Viorel Botea, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROȘAN-TRIDENT ”
“ MEMORIALUL MIRCEA GANGA ”
Ediția a VII-a , Secțiunea A (M₁),
Brăila, 6 - 8.11. 2009

Clasa a VII a

1. Să se afle numerele naturale x, y, z pentru care

$$7^x - 6 \cdot 7^y - 8 \cdot 7^z = 2009, \text{ unde } x > y > z > 0.$$

Dumitru și Rodica Bălan, Galați

2. Pentru x și y numere naturale nenule definim numerele

$$a = \frac{3^{2009} \cdot x + 7^{2009} \cdot y}{10} \text{ și } b = \frac{3^{2009} \cdot y + 7^{2009} \cdot x}{10}.$$

Arătați că a este număr natural dacă și numai dacă b este număr natural.

Mihai Opincariu, Brad, Hunedoara
Supliment Gazeta Matematică nr.10/2009

3. Fie $\square ABC$ echilateral și $M, N \in (AB)$ astfel încât $AM = MN = NB$ iar $P \in (AC)$ astfel încât $CP = AM$. Calculați $m(\square PMC) + m(\square PNC)$.

Ion Purcaru, Craiova

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROȘAN-TRIDENT ”
“ MEMORIALUL MIRCEA GANGA ”
Ediția a VII-a , Secțiunea A (M₁),
Brăila, 6 - 8.10. 2009

Clasa a VIII a

1 . Să se rezolve în $\square \times \square$ ecuația:

$$2x\sqrt{4+\sqrt{15}} - 2y\sqrt{4-\sqrt{15}} = 5\sqrt{10} + 9\sqrt{6}.$$

Constantin Apostol, Râmnicu Sărat

2. Fie $x, y \in \square$ astfel încât $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$. Demonstrați că $x > y$ și că

$$-1 - 2\sqrt{2} \leq x + y \leq -1 + 2\sqrt{2}$$

prelucrare după Vasile Scurtu, Bistrița Năsăud

3. Fie trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $\{P\} = AC \cap BD$.

a) Să se arate că cercul $C(O_1, r_1)$ circumscris triunghiului $\square ABP$ și $C(O_2, r_2)$ circumscris triunghiului DPC sunt cercuri tangente.

b) Dacă SP este tangenta comună a $C(O_1, r_1)$ și $C(O_2, r_2)$ cu $S \in AD$ și $AD \cap C(O_1, r_1) = \{A, E\}$, $AD \cap C(O_2, r_2) = \{D, F\}$ arătați că $SA \cdot SE = SD \cdot SF$.

Iulian Danielescu, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.