**MINISTERUL EDUCAȚIEI,CERCETĂRII ȘI INOVĂRII**
**Inspectoratul Școlar al Județului Prahova**
**CONCURS NAȚIONAL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE /CATEDRELOR DECLARATE VACANTE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**
**15 iulie 2009**
**Probă scrisă la matematică**

**Varianta 2**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 4 ore.**

**SUBIECTUL I (30 PUNCTE)**

1. Fie $a, b \in R, a < b$.

(5p)a) Să se arate că $\sqrt{2009} \notin Q$.

(4p)b) Să se arate că intervalul (a,b) conține cel puțin un număr rațional.

(3p)c) Să se arate că intervalul (a,b) conține cel puțin un număr irațional.

(3p)d) Să se arate că există o alegere a semnelor + sau – astfel încât numărul $\pm\sqrt{1} \pm \sqrt{2} \pm \sqrt{3} \pm ... \pm \sqrt{2009}$ să fie irațional.

2. Fie patrulaterul convex *ABCD* având *AB=CD=a ,BC=b* și *DA =c* astfel încât *,0<b<c ; a+b=c ,* $bc=\frac{a^2}{2}$ și *a>0.*

(4p) a) Să se arate că $AB+BC+CD+DA=a(2+\sqrt{3})$.

(3p) b) Să se arate că bisectoarele unghiurilor patrulaterului nu sunt concurente.

(3p)c)Să se arate că $S=\frac{a^2}{4}\sqrt{5-4\cos(A+C)}$ unde *S* reprezintă aria patrulaterului , *A=m*($\angle BAD$) și *C= m*($\angle BCD$).

(3p) Pentru ce valori ale lui *a* aria maximă este $\frac{3}{2}$?

(2p) Știind că *ABCD* este trapez isoscel ,să se arate că cercurile de diametre *AB , BC, CD, DA* au un punct comun.

**SUBIECTUL II (30 PUNCTE)**

1. Fie matricea $A \in M_3(N)$, $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$. Notăm cu $A^t$ transpusa matricii *A* si cu $S_x$ suma elementelor matricei $X \in M_3(N)$.

(4p) a)Să se arate că $S_{AA^t}=0 \Leftrightarrow S_A=0$.

(3p) b)Știind că *a*=2 , *b*=*c*=-2, să se determine numărul de soluții ale ecuației.

(3p) c) Știind că $S_A \neq 0$ și det *A* =0 ,să se arate că rang *A*=1.

(3p) d) Știind că *a*=2, *b*=*c*=3 ,să se rezolve în $M_3(N)$ ecuația $X^3=A$.

(2p) e) Să se determine numărul de matrice *A*, dacă det *A*=14.

2. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to R$, $f(x)=x^a$, unde $a \in R$.

(4p) a) Să se arate că, dacă $a>1$, atunci funcţia $f$ este convexă pe intervalul $(0,\infty)$.

(3p) b) Să se arate că există $c$, $c\in(13{,}15)$ şi $d$, $d\in(2009{,}2011)$, astfel încât $15^a-13^a=2ac^{a-1}$ şi $2011^a-2009^a=2ad^{a-1}$.

(3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuaţia $13^x+2011^x=15^x+2009^x$.

(3p) d) Să se arate că $\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{2009}>\sqrt[3]{13}+\sqrt[3]{2011}$ şi $15^3+2009^3<13^3+2011^3$.

(2p) e) Să se arate că $\frac{14\cdot15}{\ln15}+\frac{2008\cdot2009}{\ln2009}<\frac{12\cdot13}{\ln13}+\frac{2010\cdot2011}{\ln2011}$.

**SUBIECTUL III (30 PUNCTE)**

1. Proiectați o unitate de învățare cu tema: ”Teorema lui Ceva”.
În cadrul acestei unități prezentați numai următoarele activități de învățare:
(5p) a) Enunțul teoremei.
(5p) b) Demonstrația teoremei și interpretarea geometrică.
(5p) c) Formulați două exerciții cu grade de dificultate diferite care se rezolvă folosind teorema și rezolvați aceste exerciții.

2. Elaborați o probă de evaluare finală/sumativă pentru unitatea de învățare: “Grup finit” care să conțină:
(9p) a) Trei itemi de tipuri diferite.
(6p) b) Baremul de corectare al probei de evaluare (răspunsul corect pentru fiecare item și distribuirea celor 10 puncte).