

TITLUL UNITATII DIDACTICE:UNHGIURI

CLASA:a VI -a

PROPUNATOR:PROF.GR.I CRACIUN IOANA

SCOALA DE PROVENIENTA H.M.BERTHELOT- PLOIESTI

1. Unghiul format de biseptoarele unghiurilor adiacente $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ are măsura de 115° .
 - a) Să se determine $m(\sphericalangle AOC)$.
 - b) Dacă semidreapta opusă biseptoarei unghiului $\sphericalangle AOC$ formează cu $[OB$ un unghi cu măsura de 57° , să se determine $m(\sphericalangle AOB)$ și $m(\sphericalangle BOC)$.

2. Fie semidreptele $[OA$, $[OX$, $[OB$, $[OC$, $[OY$ și $[OD$ în această ordine, astfel încât $m(\sphericalangle AOD) = 16 \cdot m(\sphericalangle BOC)$, $m(\sphericalangle BOX) = 8 \cdot m(\sphericalangle AOX)$, $m(\sphericalangle YOC) = 8 \cdot m(\sphericalangle DOY)$.
 - a) Să se determine raportul $\frac{m(\sphericalangle BOC)}{m(\sphericalangle XOY)}$.
 - b) Dacă măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOX$, $\sphericalangle BOY$ și $\sphericalangle YOD$ sunt exprimate prin numere prime, să se determine $m(\sphericalangle AOC)$.

3. a) Se dă $\sphericalangle AOB$ cu măsura de $82^\circ 30'$. Construim (OC biseptoarea $\sphericalangle AOB$, (OD biseptoarea $\sphericalangle AOC$ și (OE biseptoarea $\sphericalangle DOB$. Calculați măsura unghiului $\sphericalangle COE$.
4. În jurul punctului O sunt desenate unghiuri având măsurile în ordinea $2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, \dots, 16^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, \dots, 16^\circ$ și așa mai departe.
 - a) Câte unghiuri sunt desenate în jurul punctului O ?
 - b) Notând cu O_1, O_2, O_3, \dots unghiurile determinate anterior în jurul punctului O, determinați măsura unghiului format de biseptoarele unghiurilor O_6 și O_{14} .

5. Se dau, în jurul punctului O, unghiurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOE$ și $\sphericalangle EOA$, adiacente două câte două, cu proprietățile:

$$m(\sphericalangle BOC) = \frac{1}{2} \cdot m(\sphericalangle AOB), m(\sphericalangle COD) = 0,6 \cdot m(\sphericalangle AOB),$$

$$m(\sphericalangle DOE) = 6 \cdot m(\sphericalangle BOC), m(\sphericalangle DOE) = 3\frac{3}{5} \cdot m(\sphericalangle EOA).$$
 - a) Aflați măsurile celor cinci unghiuri.
 - b) Determinați măsura unghiului format de biseptoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COD$.

6. Fie (OC și (OD două semidrepte situate în interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$ astfel încât $(OD \subset \text{int}(\sphericalangle AOC))$. Aflați măsurile unghiului format de biseptoarele unghiurilor $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle BOD$, știind că $m(\sphericalangle AOD) = 60^\circ$ și $m(\sphericalangle BOC) = 50^\circ$.

7. În jurul punctului O se formează unghiurile $\hat{A}OB, \hat{B}OC, \hat{C}OD, \hat{D}OE, \hat{E}OA$, unde $[OA$ și $[OD$ sunt semidrepte opuse, iar $\hat{B}OC$ este un unghi drept.

a) Știind că bisectoarea lui \widehat{BOC} formează cu $[OA$ un unghi de 70° , să se afle măsura unghiului AOB și a unghiului COD .

b) Dacă măsurile unghiurilor DOE și EOA sunt direct proporționale cu 7 și 5, să se afle măsurile celor două unghiuri.

8. Fie unghiul $\sphericalangle AOB$ cu măsura de 91° și n puncte distincte $M_1, M_2, \dots, M_n, n \in \mathbb{N}^*$ aflate în interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$, astfel încât:

$$\sphericalangle AOM_1 \equiv \sphericalangle M_1OM_2 \equiv \dots \equiv \sphericalangle M_nOB.$$

Dacă unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$ sunt adiacente suplementare, se cere:

a) Să se determine cel mai mare număr natural n , unde $m(\sphericalangle AOM_1) = x^\circ, x \in \mathbb{N}^* - \{1\}$.

b) Să se calculeze măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$.

c) Dacă numărul natural n este determinat la punctul a), punctul C se află în interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$, iar p și q sunt numere prime, unde $p^\circ = m(\sphericalangle AOC)$ și $q^\circ = m(\sphericalangle BOC)$, $p > q$, să se demonstreze că nu există o semidreaptă $[OM_i, i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ care să fie bisectoare a unui unghi $\sphericalangle COM_p, p \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$.

9. Se consideră unghiurile $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle COB$ adiacente suplementare. În interiorul unghiului $\sphericalangle AOC$ se construiesc semidreptele $[OM$ și $[ON$, astfel încât $\sphericalangle AOM \equiv \sphericalangle MON \equiv \sphericalangle NOC$, iar în interiorul unghiului $\sphericalangle COB$ semidreptele $[OP$ și $[OQ$, astfel încât $\sphericalangle COP \equiv \sphericalangle POQ \equiv \sphericalangle QOB$.

a) Arătați că unghiul $\sphericalangle NOP$ are măsură constantă.

b) Aflați măsura unghiului $\sphericalangle AOC$, astfel încât $\sphericalangle AON \equiv \sphericalangle NOQ$

10. Se dau unghiurile adiacente $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ astfel încât $m(\sphericalangle AOB) = 3 \cdot m(\sphericalangle BOC)$. Știind că bisectoarele lor formează un unghi de 54° , calculați:

a) $m(\sphericalangle AOC)$;

b) măsura unghiului determinat de bisectoarea unghiului AOB și semidreapta opusă semidreptei (OB) .

11. Fie semidreptele $[OA, [OB, [OC$ și $[OD$, în această ordine, astfel încât $m(\sphericalangle AOD) = 2 \cdot m(\sphericalangle BOC)$ și $m(\sphericalangle XOY) = 90^\circ$, unde $[OX$ și $[OY$ sunt bisectoarele $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COD$. Să se determine măsura $\sphericalangle BOC$.

12. Se construiesc unghiurile $\sphericalangle A_1OA_2, \sphericalangle A_2OA_3, \dots, \sphericalangle A_{n-1}OA_n, n \in \mathbb{N}, n > 1$, astfel încât oricare două nu au puncte interioare comune. Știind că:

$$m(\sphericalangle A_1OA_2) = 2^\circ, m(\sphericalangle A_2OA_3) = 1^\circ, m(\sphericalangle A_3OA_4) = 3^\circ, m(\sphericalangle A_4OA_5) = 2^\circ, \text{ Calculați:}$$

$$m(\sphericalangle A_5OA_6) = 4^\circ, m(\sphericalangle A_6OA_7) = 3^\circ, \text{ ș.a.m.d.}$$

a) măsura celui de-al 34-lea unghi;

b) suma măsurilor primelor 25 de unghiuri;

c) cel mai mic n știind că $[OA_1]$ și $[OA_n]$ coincid

13 Fie $\sphericalangle AOB$ alungit și $[OC]$ o semidreaptă astfel încât $m(\sphericalangle AOC) = 3x + 3^\circ$ și $m(\sphericalangle COB) = 5x + 17^\circ$. Fie $[OD]$ bisectoarea unghiului AOC , $[OF]$ bisectoarea $\sphericalangle COB$, $[OE]$ bisectoarea $\sphericalangle COF$, $[OG]$ bisectoarea $\sphericalangle FOB$.

a) Să se afle $m(\sphericalangle AOC)$ și $m(\sphericalangle COB)$

b) Să se calculeze $m(\sphericalangle DOE)$

Să se arate că $\sphericalangle COD$ și $\sphericalangle COF$ sunt complementare

14 Fie $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ unghiuri neadiacente suplimentare, astfel încât $m(\sphericalangle AOB)$ și $m(\sphericalangle BOC)$ sunt direct proporționale cu 11 și respectiv 7. În semiplanul opus cu $[AO, B]$ se ia punctul D astfel încât $OD \perp OA$ și punctul E astfel încât $OE \perp OC$. Să se afle măsurile unghiurilor $\sphericalangle DOC$ și $\sphericalangle EOB$.

15 Unul dintre unghiurile $\sphericalangle AOM$, $\sphericalangle MON$ și $\sphericalangle NOB$ este drept, iar $m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MON) + m(\sphericalangle NOB) = 180^\circ$. Să se demonstreze că măsura unghiului determinat de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AON$ și $\sphericalangle BOM$ este mai mare sau egală cu 45° .

16 Dreptele AB , CD sunt concurente în punctul O astfel încât $m(\sphericalangle AOC) = \frac{7}{11} \cdot m(\sphericalangle BOC)$. Fie $OE \perp AB$ și $[OF]$ bisectoarea $\sphericalangle BOD$. Aflați măsura $\sphericalangle EOF$.

17. Fie unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ adiacente suplimentare, (OD bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$ și (OE opusă semidreptei (OD) , unde F este punct interior unghiului $\sphericalangle BOE$.

a) Dacă $m(\sphericalangle FOA) = 90^\circ$ și $m(\sphericalangle EOC) = 24^\circ 25'$, aflați $m(\sphericalangle BOF)$.

b) Dacă (OG este bisectoarea $\sphericalangle BOE$ și (OH este semidreapta opusă ei, să se arate că:

$$m(\sphericalangle EOH) - m(\sphericalangle AOH) = 2 \cdot m(\sphericalangle AOD).$$

18. Se dau unghiurile $\sphericalangle BAC$ și $\sphericalangle BAD$ neadiacente astfel încât $4 \cdot m(\sphericalangle CAD) = m(\sphericalangle BAD)$. Dacă (AM este bisectoarea $\sphericalangle BAC$, (AE semidreapta opusă ei și $m(\sphericalangle DAE)$ este cu 10° mai mare decât suplementul $\sphericalangle BAC$, calculați $m(\sphericalangle BAC)$, $m(\sphericalangle BAE)$.

19. Fie punctele A, O, E coliniare (în această ordine) și semidreptele $[OB]$, $[OC]$, $[OD]$ construite în același semiplan, astfel încât unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle DOE$ sunt congruente și $m(\sphericalangle AOB)$, $m(\sphericalangle BOC)$ și $m(\sphericalangle COD)$ sunt direct proporționale cu numerele 3, 4 și 2.

a) Aflați $m(\sphericalangle AOB)$, $m(\sphericalangle BOC)$, $m(\sphericalangle COD)$ și $m(\sphericalangle DOE)$;

b) Fie semidreapta $[OD']$ opusă lui $[OD]$. Justificați că semidreapta $[OA]$ este bisectoarea $\sphericalangle BOD'$ și $OB \perp DD'$.

Fie punctul $O \in XY$. De aceeași parte a dreptei XY se duc semidreptele $(OA$ și $(OB$ astfel încât $m(\angle AOB) = 90^\circ$, $(OA \subset \text{Int}(\angle XOB)$. Dacă $(OC$ și $(OD$ sunt bisectoarele unghiurilor $\angle XOB$, respectiv $\angle AOY$, arătați că măsura unghiului $\angle COD$ este constantă.

Dreptele AB și CD sunt concurente în punctul O , iar $m(\angle AOC) = 2 \cdot m(\angle BOC)$.

Fie $OE \perp AB$ și $(OF$ bisectoarea unghiului $\angle BOD$. Să se calculeze măsura unghiului $\angle EOF$.

Fie $O \in (AB)$ și punctele C, R, S de aceeași parte a dreptei AB astfel încât $m(\angle AOC) = 15^\circ$, $m(\angle COR)$ este media aritmetică a măsurilor unghiurilor $\angle AOC$ și $\angle ROS$, iar $m(\angle ROS)$ este media aritmetică a măsurilor unghiurilor $\angle AOC$, $\angle COR$ și $\angle SOB$.

- a) Să se determine $m(\angle ROS)$.
- b) Să se arate ca dreptele SO și AB sunt perpendiculare.